

Vysoká škola zdravotníctva a sociálnej práce sv. Alžbety, n.o.



Základy aplikovanej štatistiky

**Vybrané kapitoly pre výskum v sociálnej práci a iných
pomáhajúcich profesiách**

Libuša Radková

Bratislava, 2022

Recenzovali:

doc. Mgr. Lucia Ludvigh Cintulová, PhD., mim. prof.

prof. MUDr.Jozef Šuvada, PhD.

© Libuša Radková

Vydala: Vysoká škola zdravotníctva a sociálnej práce sv. Alžbety, n. o. , Bratislava, 2022

Počet strán: 75. ISBN 978-80-8132-260-0. EAN 9788081322600.

Autor: © prof. Ing. Mgr. Libuša Radková, PhD.

Názov: Základy aplikovanej štatistiky
Vybrané kapitoly pre výskum v sociálnej práci a iných pomáhajúcich
profesiách

Recenzenti: doc. Mgr. Lucia Ludvigh Cintulová, PhD., mim. prof.
prof. MUDr. Jozef Šuvada, PhD.

Vydavateľ: Vysoká škola zdravotníctva a sociálnej práce sv. Alžbety, Bratislava

Vydanie: 2. doplnené a prepracované vydanie

Rok: 2022

Počet strán: 75 Náklad: 200

Grafická úprava a tlač: Kníhtlač Gerthofer, Zohor

ISBN: 978-80-8132-260-0

EAN 9788081322600

Obsah

1 Význam kvantitatívneho výskumu pre sociálnu prácu a iné pomáhajúce profesie	5
2 Pravdepodobnosť a štatistika	12
3 Štatistický súbor, populácia, vzorka	20
4 Náhodný výber a iné druhy výberov	24
5 Štatistické charakteristiky a parametre základného a výberového súboru	26
6 Vizuálna distribúcia dát – normálna krivka	35
7 Základné druhy premenných – nominálne, poradové, intervalové	38
8 Štatistická závislosť, korelácia, regresia	41
9 Testovanie štatistických hypotéz	50
10 Modelové príklady	63
Prílohy	74
Literatúra	75

1 Význam kvantitatívneho výskumu pre sociálnu prácu a iné pomáhajúce profesie

Počet klientov, ktorým v ich životnej situácii môžu pomôcť pomáhajúce profesie, u nás i vo svete neustále rastie. Spomeňme aspoň problémy ako narastajúci počet chronických ochorení, celosvetové starnutie populácie, rozdiely medzi bohatým severom a chudobným juhom, nárast infekčných ochorení hlavne v rozvojových krajinách, ale dnes už i v priemyselne rozvinutých krajinách, ohrozenie veľkej časti svetovej populácie chudobou a hladom, nezamestnanosť. Lokálne vojnové konflikty a občianske vojny a totalizujúce režimy majú za následok nielen smrť, mrzačenie a zhoršenie životných podmienok veľkého počtu ľudí, ale zároveň spôsobujú emigráciu a útek, masové sťahovanie desaťtisícov za bezpečím v strachu pred smrťou, prenasledovaním a chudobou z vojnou postihnutých oblastí, na druhej strane vyvolávajú zložité problémy pri prijímaní utečencov v okolitých krajinách. So zvýšenou migráciou ide ruka v ruku zvýšené šírenie infekčných chorôb, najmä ochorenia AIDS, ale i iných nebezpečných ochorení. Často sú výsledkom státisíce ľudí bez domova, žijúci v utečeneckých táboroch alebo slumoch, mnohí – najmä deti - dokonca len na ulici, siroty rodičov zomrelých na AIDS, ľudia bez práce, bez možnosti vzdelania a bez základného sociálneho a zdravotného zabezpečenia.

Aj v krajinách vyspelého sveta je množstvo sociálnych problémov, migrácia, nezamestnanosť, bezdomovectvo, kriminalita, nárast násilia všeobecne, ale aj násilia na ženách a deťoch, užívanie drog, neprispôsobivé sociálne skupiny so zvýšeným rizikom sociálnych problémov, zvyšujúci sa počet starých ľudí a všeobecne zvýšený tlak na čerpanie sociálneho a zdravotného poistenia a ďalšie a ďalšie problémy.

Potreba pomáhajúcich profesionálov pri riešení týchto problémov je neodškriepiteľná, napriek tomu sa však niekedy ich význam недоceňuje, ba až podceňuje. Najmä v postkomunistických krajinách strednej a východnej Európy trebavýznam pomáhajúcich profesií pre jednotlivcov i spoločnosť často ešte obhajovať a hľadať taký model rovnováhy medzi odôvodnenými potrebami a narastajúcimi výdavkami, ktorý by tieto prudko meniace sa štáty boli schopné i ekonomicky zvládnuť.

Aby však požiadavky pomáhajúcich profesií boli zrozumiteľné a fakticky podložené, treba venovať pozornosť i oblasti výskumu. A tu má svoje odôvodnené a nezastupiteľné miesto aj kvantitatívny výskum a jeho metóda štatistika.

Znalosť metód výskumu a štatistických metód preto má pre každého pomáhajúceho profesionála veľký význam. Pomáhajúci profesionál je ten, ktorý pracuje priamo s klientom a teda veľmi zblízka pozná jeho problémy. Je preto priam predurčený k tomu, aby tieto svoje skúsenosti a poznatky vedecky relevantným spôsobom zaznamenával a mapoval, a tak prispel k ich lepšiemu poznaniu aj pre iné oblasti, ale aj pre verejnosť.

Verejnosť by mala poznať problémy, ktoré sa bezprostredne týkajú niektorých skupín obyvateľstva, zvlášť, ak sa má celá spoločnosť podieľať na ich riešení pri zachovaní princípov solidarity, na ktorých je založené zdravotné i sociálne poistenie a sociálna politika štátu. Naklonenosť verejnej mienky a spoločenský konsenzus je jedným zo základných predpokladov toho, aby politici, ekonómovia a národohospodári mohli presadzovať riešenia, ktoré môžu byť niekedy krátkodobo tvrdšie, ale nevyhnutné oblasť z dlhodobej perspektívy. K takémuto verejnému konsenzu môžu prispieť i pomáhajúci profesionáli, ak dokážu svoju konkrétnu znalosť o jednotlivých problémoch sprostredkovať ďalším odborníkom, ale i verejnosti ako takej.

Pomáhajúce profesie, vrátane sociálnej práce, sú odbormi nielen teoretickými, ale veľmi aplikovanými, ktoré neustále hľadajú a nachádzajú riešenia pre ľudí v ťažkých životných situáciách. Pre ďalší rozvoj týchto odborov je nevyhnutne potrebné byť v neustálom kontakte s praxou aj prostredníctvom výskumu. Len vedecky zozbierané a vyhodnotené poznatky môžu byť hodnoverným podkladom tam, kde sa stretáva sociálna práca s príbuznými odbormi, ako je sociálna práca, psychológia a sociológia, ale aj s odborníkmi z oblasti demografie, poisťovníctva, ekonomiky, sociálnej politiky a ďalších.

Práve schopnosť podložiť svoje poznatky relevantnými faktami a meraniami umožňuje pomáhajúcemu profesionálovi znalosť metód sociálneho výskumu. Doteraz najviac používaným výskumom v ošetrovatelstve je kvantitatívny výskum realizovaný pomocou štatistických metód. Preto by každý takýto pracovník mal disponovať určitým penzom vedomostí aj z týchto oblastí a to vo forme nielen teoretických poznatkov, ale hlavne ako aplikovaného výskumu a aplikovanej štatistiky.

Štatistika ako metóda kvantitatívneho výskumu je často verejnosťou chápaná ako suchopárna a málo zrozumiteľná. Dokonca sa niekedy štatistika ironizuje ako manipulačná metóda, ktorá si dokáže výsledky prispôbiť dopredu stanoveným cieľom. Ironický pohľad na štatistiku ju v postojoch ľudí, ktorí jej nerozumejú, zaradil ako superlatív lži. (Známy výrok

neznámeho autora, že existujú lži, nehorázne lži a štatistika...). Žiadna vedecká práca nemôže sa zaobiť bez použitia prísnych štatistických metód, ktoré dovoľujú objektivizovať závery do faktov, ktoré robie výskum hodnoverným a reprodukovateľným. Napriek tomu štatistika zostáva najviac nepochopeným vedným odborom.

Sprostredkovať základnú znalosť kvantitatívneho výskumu a štatistiky budúcim vysokoškolsky vzdelaným absolventom pomáhajúcich profesií znamená nielen poskytnúť im základné poznatky, ktoré poslúžia poslucháčom nielen pri vypracovávaní seminárnych, diplomových či doktorandských prác, ale hlavne pri zhromažďovaní a interpretácii poznatkov z praktického života pri práci s ich budúcimi pacientmi či klientmi. Okrem toho budú vedieť porozumieť výsledkom výskumov publikovaných od iných autorov.

Kvantitatívny a kvalitatívny výskum v pomáhajúcich profesiách

Objektmi výkonu pomáhajúcich profesií rôznych odborov sú ľudia, pacienti, klienti, ktorých môžeme chápať ako jednotlivcov, ale aj ako určité spoločenské jednotky, prípadne spoločenské skupiny. Predmetom ich výskumu teda býva najčastejšie človek – pacient, klient a jeho prežívanie rôznych ťažkých životných situácií, jeho vyrovnávanie sa s ochorením či inou zložitou životnou situáciou a vplyve profesionálov na jeho prežívanie ochorenia a uzdravenia, rôznych krízových situácií, prípadne prežívania chronického ochorenia v celej škále jeho vplyvov. Otázky kvality života pacienta či klienta, otázky spojené s kvalitou poskytovaných služieb a postupov a ich vplyvu na človeka, otázky sociálnych vzťahov medzi klientmi navzájom, medzi profesionálom a pacientom či klientom, medzi pacientom a jeho rodinou a najbližším okolím, otázky sociálnych dopadov ochorenia a ťažkých situácií na klienta a jeho rodinu bývajú najčastejším predmetom výskumu v pomáhajúcich profesách.

Preto aj pomáhajúce profesie využívajú metódy sociologického výskumu, ktorý je vhodný všade tam, kde objektom výskumu je človek, jeho život, prežívanie rôznych vplyvov, medzi ktoré patrí aj ochorenie a uzdravenie, životné krízy a rôzne sociálne udalosti, keď skúmame vzťahy medzi ľuďmi v určitých interakciách.

Výskum všeobecne rozdeľujeme na dva základné typy: kvantitatívny a kvalitatívny. Predmetom kvalitatívneho výskumu často býva individuálne prežívanie jednotlivca, skúmané do hĺbky a detailne. Kvantitatívny výskum nemá za cieľ vyjadrovať sa o populácii ako takej, ale o originálnej situácii jednotlivca. Takýto výskum je mnohokrát platný pre jednotlivé skúmané prípady a ťažko ho zovšeobecniť na správanie nejakej väčšej skupiny. Naopak

kvantitatívny výskum ide skôr do šírky než do hĺbky a jeho závery sa generalizujú vzhľadom na väčšiu skupinu, na populáciu (v štatistickom, nie demografickom význame slova) Kvantitatívny výskum vypovedá o hromadných javoch a aj jeho skúmanie prebieha v rámci veľkých skupín skúmaných objektov, teda na vzorke alebo populácii.

2 Pravdepodobnosť a štatistika

Čo je štatistika

V dnešnej dobe sme svedkami diferenciácie jednotlivých vedných odborov, ktorá prebieha pod vplyvom rôznych faktorov tak rýchle, že nie je čas na zložité úvahy o predmete a špecifickej metóde. Vzniká množstvo okrajových vedných odborov na rozhraní tradičných vied ako je biológia a psychológia, biológia a chémia, psychológia a sociológia a podobne. V týchto prípadoch býva zložitejšie potom definovať predmet a špecifickú metódu vedného odboru.

Nachádzame však i tendencie integrácie, najmä vo vedných odboroch, ktoré koordinujú problematiku iných vedných odborov. Príkladom takýchto odborov môže byť kybernetika, geografia, ekológia a aj sociálna práca. Medzi takéto integrujúce a koordinujúce vedné odbory patrí aj štatistika.

Štatistika vystupuje medzi integrujúcimi vednými odbormi ako odbor, ktorý používa integráciu metodologickú. Určité vedné odbory dávajú iným vedám spoločné metodologické nástroje, vyplývajúce z určitých pojmov alebo prístupov. Metodologickú koordináciu poskytuje tiež štatistika.

Štatistiku teda chápeme predovšetkým ako metodologickú vedu. „Štatistika nie je sústavou meritórnych poznatkov, ale sústavou metód na získavanie poznatkov.“ (Wallis, W.A., Roberts, H. V., 1964). Ako taká musí byť konfrontovaná so základom všeobecných metód získavania poznatkov, t.j. zo všeobecnou vedeckou metódou. Štatistikav tomto metodologickom ponímaní pretína obsahové vedy ako je fyzika, chémia, biológia, psychológia, sociológia ekonómia, sociálna práca a iné. Dodáva im jedno zo základných ponímaní, ktoré je založené na pojme ***hromadnosť*** a množstvo metodologických prostriedkov.

Štatistika je sústavou metód, ktoré sa používajú na zber a analýzu dát. Štatistické metódy pomáhajú ľuďom identifikovať, študovať a riešiť mnohé problémy. Tieto metódy umožňujú robiť ľuďom správne rozhodnutia o neistých situáciách.

Štatistické metódy sa používajú v širokej škále odborov. Lekári používajú štatistické metódy na určenie, či určitý liek pomáha v odstraňovaní medicínskeho problému. Meteorológovia používajú štatistiku pri upresnení predpovede počasia. Inžinieri využívajú štatistiku na určenie štandardov pri zabezpečovaní bezpečnosti a kvality súčiastok. Štatistické postupy pomáhajú vedcom navrhovať efektívne experimenty. Ekonomovia používajú štatistické techniky na predpoveď budúcich ekonomických podmienok.

Môžeme povedať, že tie isté štatistické metódy sa používajú v mnohých odboroch. Štatistika ponúka metódu, ako narábať s dátami a porozumieť dátam. Je teda **metodologickou vedou**.

Slovo *štatistika* sa môže používať v singuláre i pluráli. *Štatistiky* znamenajú numerické dáta. *Štatistika* v singulári je sústavou metód používaných na zber a analýzu dát.

Použitie štatistiky pri štúdiu problémov

Štúdium problému s použitím štatistiky zvyčajne zahŕňa najmenej štyri základné kroky: (1) definíciu problému, (2) zber dát, (3) analýzu dát, (4) interpretáciu výsledkov.

1. Definícia problému

Štatistici potrebujú presnú definíciu problému, ktorý študujú, aby mohli dostať presné dáta o ňom. Napríklad predstavme si, že štatistici majú skúmať problém zistenia počtu obyvateľov Žiliny k presnému dátumu. Štatistici by jasne definovali, čo znamená *obyvateľ*, aby bolo jasné, kto má byť zahrnutý do počtu. Štatistik by presne určil, či novonarodené deti v pôrodnici, študenti dočasne študujúci v inom meste a ľudia, ktorí sú v Žiline na návšteve odinakiaľ budú považovaní za obyvateľov. Ak by štatistik jasne nedefinoval slovo *obyvateľ*, bolo by nezvyčajne ťažké začať zbierať dáta.

2. Zber dát

Pri rozličných problémoch potrebujeme rozličné informácie. Starostlivé štúdium jednotlivého prípadu, ako napríklad havária lietadla, môže byť často užitočné. Ale štúdium mnohých havárií zvyčajne poskytuje viac reliabilných informácií.

Navrhnuť spôsoby zberu dát je jednou z najdôležitejších úloh štatistika. Niektoré pozorovania sú rýchle a lacné, ako napríklad odčítať teplotu na teplomere. Často však štatistici urobia malý počet starostlivo navrhnutých pozorovaní, ktoré nazývame *vzorka*, aby obdržali informácie o celku.

Štatistici zbierajú informácie z *populácie* alebo zo *vzorky*. Populácia je celková skupina, ktorej sa dotýka problém záujmu, vzorka je len časťou populácie. Štatistici využívajú oboje: *pozorovacie štúdie* i *kontrolované experimenty*. Pozorovacie štúdie zahrňujú zaznamenané pozorovania o udalostiach ako sa prirodzene odohrali. Jednoduchým typom pozorovacej štúdie je *vzorové mapovanie*, pri ktorom sa štatistici pýtajú ľudí na ich bežné názory a situácie.

Pokiaľ štatistici používajú len vzorku, musia si byť istí, že na tejto presne zistia, čo potrebujú vedieť. Starostlivé plánovanie sa preto vyžaduje. Napríklad, predpokladajme, že štatistik má za úlohu odhadnúť úroveň nezamestnanosti v celonárodnom merítku. Urobiť taký odhad vyžaduje určiť spôsob, ako vybrať vzorku, ktorá by reprezentovala národ ako celok tak presne ako je len možné. Bude vzorku tvoriť veľa domácností v každom z len niekoľkých miest, alebo bude vzorku tvoriť len niekoľko domácností v každom meste?

Často štatistici porovnávajú skupiny ľudí alebo objektov, ktoré sa odlišujú zvláštnym spôsobom, napríklad podľa toho, kde žijú alebo nakoľko sú zdraví. Napríklad výrobca zákuskov by si želal vedieť, či ľudia v rôznych častiach krajiny majú rozličné postoje ku konzumácii sladkostí ako dezertu po obede. Kľúč k zostaveniu validného porovnania v analýze vychádza zo schopnosti štatistikov podchytiť odlišnosti medzi skupinami ľudí. Pri zisťovaní, či ľudia na východnom Slovensku dávajú prednosť sladším zákuskom než na západnom Slovensku, štatistici by preto chceli porovnať deti z východu s deťmi zo západu a dospelých z jedného regiónu s dospelými z iného regiónu.

Kontrolovaný experiment na princípe náhodného výberu je najpresnejšou a najinformatívnejšou formou zberu dát pre účely porovnávania. V takomto experimente objekty alebo ľudia, ktorí sú skúmaní, sú rozdelení do skupín náhodne, aby bolo možné kontrolovať dopad nemeraných rozdielov.

Jeden z najznámejších kontrolovaných experimentov na princípe náhodného výberu bol prevedený v roku 1950, keď novo vyvinutá vakcína, o ktorej lekári predpokladali, že bude účinná proti detskej obrne, bola testovaná na 400 000 deťoch. Polovica detí dostala vakcínu, druhá polovica dostala neškodnú náhradku (placebo), o ktorej lekári vedeli, že nemá žiaden vplyv na detskú obrnu. Výber detí do týchto dvoch skupín bol prevedený náhodne. Každé dieťa malo rovnakú šancu, že sa dostane buď do skupiny očkovanej vakcínou ako do skupiny očkovanej placebo. Skupiny museli byť veľmi veľké, pretože percento detí ohrozených

obrnou bolo malé. Len veľmi veľká vzorka mohla odhaliť reliabilne, či vakcína účinkuje. Výsledky experimentu boli veľmi presvedčivé. Počet detí, ktoré postihla obrna, zo skupiny zaočkovaných placebo bol skoro trojnásobne väčší, než tých, ktorí ochoreli obrnou v skupine zaočkovanej vakcínou. Tak štatistickí spolu s lekármi týmto experimentom dokázali, že nová vakcína je účinná v prevencii proti detskej obrne

3. Analýza dát

Štatistickí rozdeľujú metódy analýzy dát do dvoch skupín: (1) *exploratívne metódy* a (2) *konfirmatívne metódy*. Exploratívne metódy sa používajú na to, aby sme zistili, čo nám dáta naznačujú. Niekedy tieto metódy zahŕňujú prostý výpočet priemerov alebo percent. Inokedy sa používa zobrazenie rozmiestnenia dát na grafe. Pre konfirmatívne metódy je typické použitie teórie pravdepodobnosti, aby sme sa pokúsili zodpovedať špecifické otázky. Napr. „Ovplyvní rozmiestnenie značiek o zmene najvyššej dovolenej rýchlosti skutočne rýchlosť, akou budú motoristi na tomto úseku jazdiť?“ Moderné štatistické metódy – exploratívne i konfirmatívne – zahŕňujú veľmi veľa výpočtov, preto sa používajú špeciálne počítačové programy, aby sme mohli využiť rôzne spôsoby analýzy.

4. Interpretácia výsledkov

Pomocou odvodzovania štatistickí z malého počtu pozorovaní alebo experimentálnych meraní zovšeobecňujú výsledky pre populáciu ako celok. Výsledky môžu byť uvádzané vo forme tabuľky, grafu alebo percentuálne. Ale pretože štatistickí skúmali len malú vzorku a nie celú populáciu, interpretácia výsledkov musí odrážať túto neistotu prostredníctvom pravdepodobných vyhlásení a intervalov hodnôt.

2 Pravdepodobnosť a štatistika

V každodennej reči pod pojmom pravdepodobnosť rozumieme udalosti, ktorých výskyt nie je celkom istý. Hovoríme o pravdepodobnosti, že bude zajtra pršať, pravdepodobnosti, že elektrický spotrebič bude chybný, dokonca o pravdepodobnosti nukleárnej vojny. Štatici a matematici sa po stáročia snažili vytvoriť matematickú teóriu pravdepodobnosti.

Základy teórie pravdepodobnosti sú náplňou stredoškolského učiva. My si len na niektorých príkladoch tieto základy pripomenieme.

Možné výsledky udalostí môžu byť vypočítané pri použití teórie pravdepodobnosti. Predpokladajme, že hádžete mincou päťkrát. Každý hod môže mať dva možné výsledky: hlava alebo orol. Tieto dva prípady sa môžu považovať za rovnocenné možnosti. To znamená, že pravdepodobnosť, že padne hlava je rovná $\frac{1}{2}$ a rovnako pravdepodobnosť, že padne orol je rovná $\frac{1}{2}$. Pre súbor piatich hodov existuje 32 možných kombinácií výsledkov, či padne hlava alebo orol. Sú to:

Hlava, hlava, hlava, hlava, hlava ,
hlava, hlava, hlava, hlava, orol
hlava, hlava, hlava, orol, orol hlava,
hlava, orol, orol, orol
hlava, orol, orol, orol, orol,
orol, orol, orol, orol, orol.

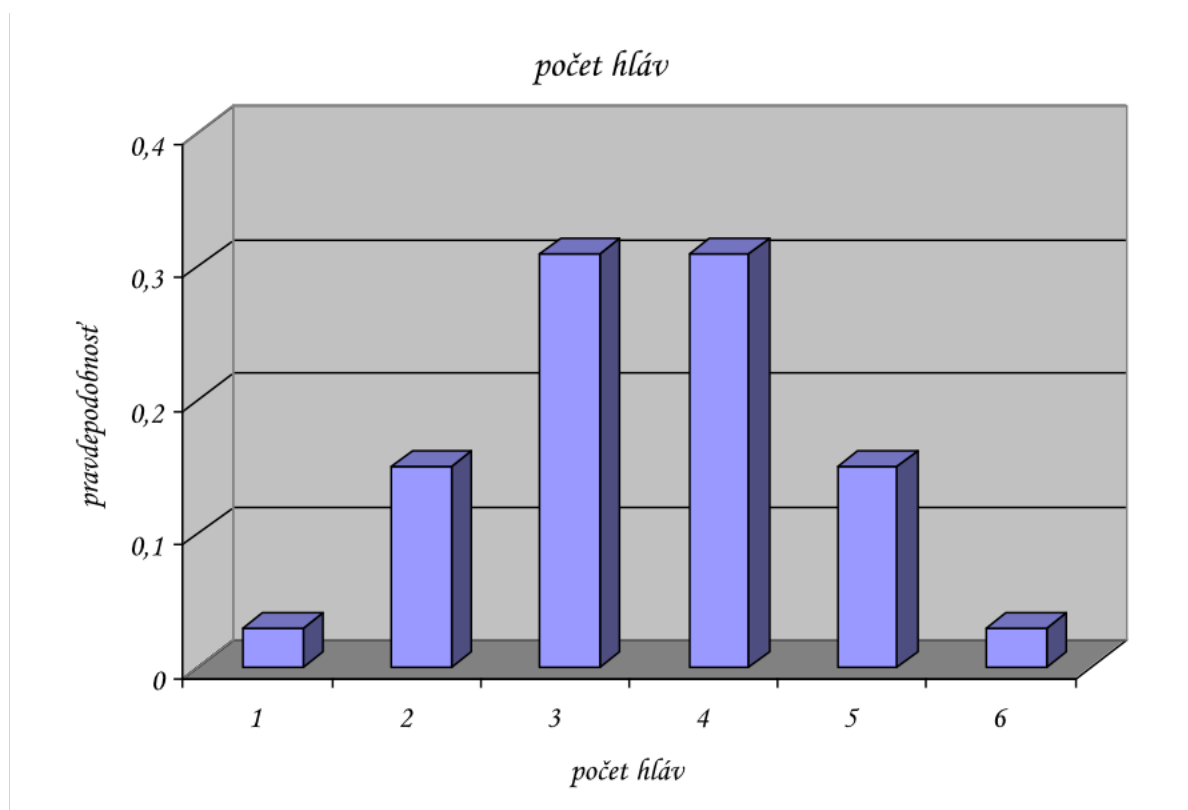
ďalšie prípady tvoria kombinácie predchádzajúce, kde sa vymení poradie jednotlivých prípadov, keď padala hlava alebo orol, ale ich počet ostáva nezmenený. Z toho je len jeden možný prípad, keď hlava nepadne ani raz, potom raz, potom dva razy atď.

Pretože každý z 32 možných prípadov je rovnocenný, keď vypočítame, koľko prípadov korešponduje s nulou hlavami, jednou hlavou, atď., vidíme, že pravdepodobnosť pre počet hláv bude:

počet padnutých hláv:	0	1	2	3	4	5
pravdepodobnosť:	1/32	5/32	10/32	10/32	5/32	1/32

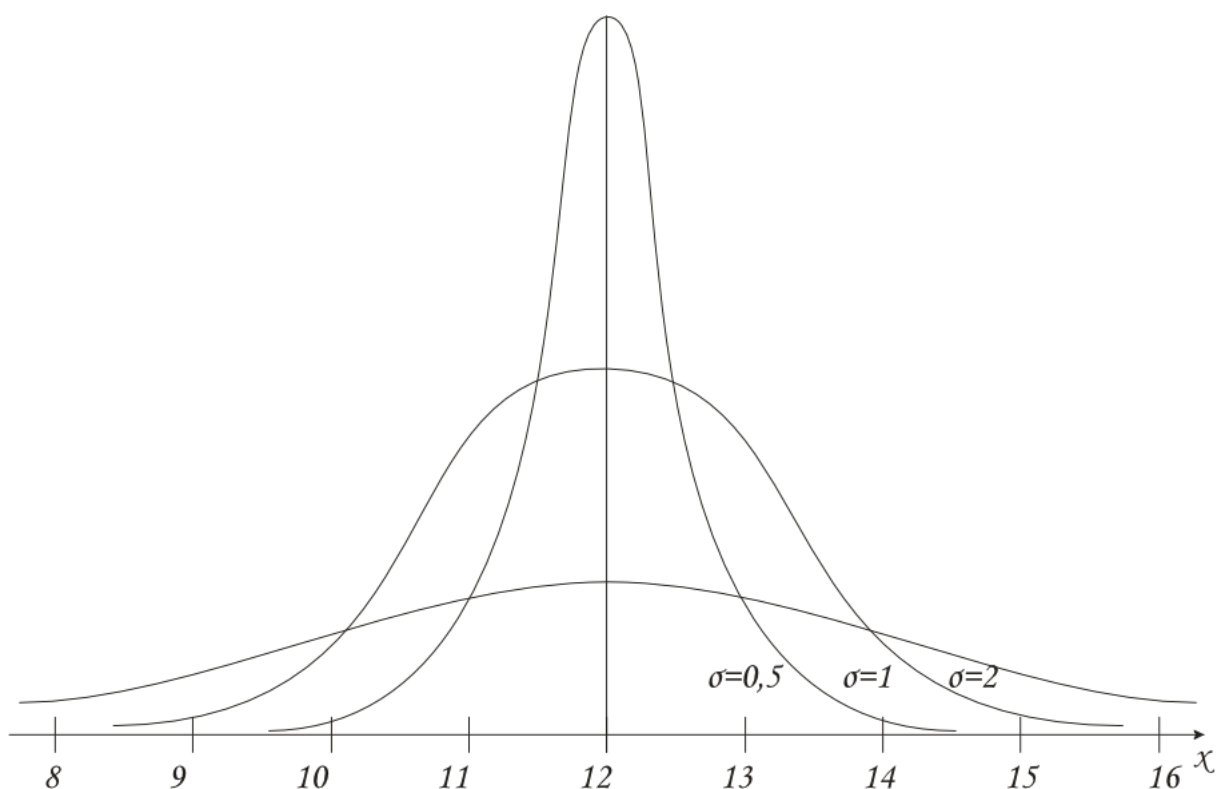
Aby sme lepšie pochopili, ako vyzerá rozdelenie pravdepodobnosti graficky, štatici často vyjadrujú túto informáciu graficky vo forme *pravdepodobného rozdelenia*.

Obr. 1



Ak hodíme mincou veľa krát, rozdelenie pravdepodobnosti výskytu hláv pri hodoch sa bude blížiť zvonovitej krivke, ktorú nazývame *normálne rozdelenie*.

Obr. 2 Normálne rozdelenie



Tri normálne rozdelenia okolo strednej hodnoty. Ak má rozdelenie silný rozptyl, je krivka plochá a rozložená, ak je rozptyl malý, je strmá a vysoká.

Výsledok, ktorý dostaneme pri hádzaní mince reprezentuje *centrálnu limitnú vetu (teorému)*, ktorá je dôležitým matematickým zákonom. Podľa tejto teóremy pravdepodobné rozdelenie súboru veľkého počtu nezávisle opakovaných meraní alebo pokusov sa veľmi blíži tvaru normálneho rozdelenia. (Dokonca platí, že nech je rozdelenie základného súboru akékoľvek – iné než normálne rozdelenie – rozdelenie strednej hodnoty výberového súboru i rozptyl výberového súboru bude vždy normálne, ak rozsah výberového súboru dosiahne aspoň určitú minimálnu veľkosť. Za minimálny rozsah na zistenie skutočnej strednej hodnoty základného súboru sa považuje $n = 30$ a pre zistenie rozptylu základného súboru potrebujeme rozsah výberu najmenej 100.) Podľa tohto vzťahu potom normálne rozdelenie môže byť použité ako aproximácia (priblíženie sa) vzorke, ktorá zodpovedá pozorovaniam pre celú populáciu.

Všetky normálne rozdelenia majú určité charakteristické hodnoty, ktoré môžeme vyjadriť pre každé normálne rozdelenie. Napríklad pre každé normálne rozdelenie platí, že môžeme určiť **priemer** alebo **priemernú hodnotu**. Toto číslo dostaneme, keď vynásobíme

každú hodnotu rozdelenia jej pravdepodobným výskytom (pravdepodobnosťou) a potom tieto hodnoty spočítame.:

priemer = suma [(hodnota) x (pravdepodobnosť hodnoty)].

Napríklad pri našich piatich hodoch mincou priemerný počet hláv, ktoré padnú saurčí nasledujúcim výpočtom:

$$\text{priemer} = \left(0 \cdot \frac{1}{32}\right) + \left(1 \cdot \frac{5}{32}\right) + \left(2 \cdot \frac{10}{32}\right) + \left(3 \cdot \frac{10}{32}\right) + \left(4 \cdot \frac{5}{32}\right) + \left(5 \cdot \frac{1}{32}\right) = 2\frac{1}{2} = 2,5$$

Ak by sme hod mincou opakovali n – krát, minca, pre ktorú pravdepodobnosť, že padne hlava je p , priemerný počet padnutia hlavy je $n \times p$. V našom prípade $n = 5$ a $p = \frac{1}{2}$. Priemerný

počet je preto $5 \cdot \frac{1}{2} = 2,5$. Pre normálne rozdelenie sa priemer nachádza pod vrcholom krivky.

Inou dôležitou hodnotou normálneho rozdelenia je **variancia (rozptyl) a smerodajná odchýlka**. Obe určujú rozloženie hodnôt okolo priemeru.

Variancia (rozptyl) sa počíta podľa vzorca:

variancia = suma (hodnota – priemer) x (pravdepodobnosť hodnoty)

Smerodajná odchýlka je druhá odmocnina variancie (rozptylu). Pre normálne rozdelenie pravdepodobnosť, že hodnota leží vo vzdialenosti dvoch smerodajných odchýlok od priemeru je približne 95/100 t.j. (95 %).

Základy pravdepodobnostného počtu

Matematická štatistika je úzko spojená s počtom pravdepodobnosti a to najmä pri vyhodnocovaní rôznych skúšok a experimentov. Pravdepodobnostný počet sa používa pri skúmaní procesov ovplyvnených náhodou. K základným pojmom pravdepodobnostného počtu patria pojmy náhoda, náhodný jav, náhodná veličina, pravdepodobnosť, náhodný výber. Predmetom skúmania teórie pravdepodobnosti je štúdium a formulácia zákonitostí náhody a ich využívanie.

Náhodou môžeme charakterizovať ako súhrn drobných a nie celkom zistiteľných alebo dokonca nezistiteľných vplyvov, ktoré spôsobujú, že výsledky danej činnosti sa v jednotlivých

prípadoch menia. Náhoda je príčinou toho, že tieto výsledky nie sme schopní s istotou predpovedať. Činnosti alebo procesy, ktoré prebiehajú pod vplyvom určitých podmienok sa nazývajú **náhodné pokusy**. Napríklad môže ísť o hod kockou, mincou, rozdanie kariet, otočenie rulety. Za náhodný pokus v štatistickom slova zmysle ale môžeme považovať i zhotovenie výrobku, vypestovanie rastliny, narodenie dieťaťa, náhodný výber jedincov z určitej populácie.

Náhodný pokus je teda každá opakovaná činnosť, ktorá sa prevádza za rovnakých alebo približne rovnakých podmienok, ktorej výsledok je však neistý a závislý na náhode. Jednotlivé výsledky náhodného pokusu sa nazývajú **náhodné javy**. Sú to také javy, ktoré pri prevedení náhodného pokusu buď nastanú alebo nenastanú. Náhodné javy, ktoré môžu byť výsledkami opakovaných pokusov, nazývame **hromadné javy**. Najjednoduchšie výsledky náhodného pokusu sa nazývajú **elementárne javy** a sú to také javy, ktoré pri daných podmienkach už nejdú rozložiť na menšie jednotky.

Napríklad pri hode mincou elementárnym javom je, keď padne hlava, elementárnym javom je i keď padne orol.

Množina všetkých možných výsledkov náhodného experimentu sa nazýva **výberový priestor**. Jav, ktorý nastane pri každom prevedení pokusu, sa nazýva jav istý. Jav, ktorý naopak nikdy nenastane, sa nazýva jav nemožný.

Pravdepodobnosť náhodného javu

Náhodné javy môžeme hodnotiť podľa toho, akú veľkú majú nádej, že pri náhodnom pokuse nastanú. Posudzujeme ich teda podľa veľkosti pravdepodobnosti výskytu. Pravdepodobnosť náhodného javu je číslo, ktoré udáva mieru možnosti nastúpenia náhodného javu.

Definícia pravdepodobnosti

Ak môže náhodný pokus vykázať konečný počet n rôznych výsledkov, ktoré sú rovnako možné a ak m z týchto výsledkov má za následok pravdepodobnosť javu A , zatiaľ čo zostávajúcích $n-m$ výsledkov ho vylučuje, potom pravdepodobnosť javu A $P(A) = m/n$.

Teda pravdepodobnosť javu A je pomer počtu výsledkov priaznivých javu A k počtu všetkých možných výsledkov. Pravdepodobnosť javu A teda meria možnosť výskytu javu A v uvažovanom pokuse.

Pri klasických pokusoch, pokiaľ ide o elementárne javy (pokusy s hádzaním mince, kocky, ťahaním kariet alebo čísel z osudia, točením rulety) majú všetky elementárne javy rovnakú možnosť výskytu, teda rovnakú pravdepodobnosť. Pravdepodobnosť výskytu ostatných javov sa odvodzuje z dlhodobého pozorovania. (Např. pravdepodobnosť výskytu novonarodených chlapcov medzi všetkými novorodencami je 51,5 %, absolútnu hodnotu dostaneme po vydelení 100, t.j. 0,515.)

Takéto pozorovania vyžadujú opakovateľnosť daného pokusu za rovnakých podmienok.

Náhodné veličiny.

Náhodná veličina (náhodná premenná) je základný pojem v štatistike. Jej hodnotu určuje výsledok náhodného pokusu. Táto hodnota nie je jednoznačná, ale vplyvom náhodného pôsobenia nadobúda niektorý z možných výsledkov. Keď takémuto javu priradíme reálne číslo, potom veličina nadobúda hodnotu tohto čísla. Elementárny náhodný jav môžeme previesť na reálne číslo, ak jeho nastúpenie označíme hodnotou 1 a nenastúpenie 0. Hodnoty náhodných veličín označujeme malými písmenami konca abecedy

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

Náhodné veličiny delíme na diskkrétne (nespojité) a spojité.

Diskkrétne náhodné veličiny môžu nadobúdať len niektoré izolované hodnoty z určitého intervalu. Např. počet chýb pri riešení nejakej úlohy, počet žiakov v triede, počet áut, ktoré prejdú daný úsek cesty za deň...

Spojité náhodné veličiny môžu nadobúdať všetky hodnoty z konečného alebo nekonečného intervalu, to znamená, že môžu nadobúdať nekonečné množstvo hodnôt. Např. čas potrebný na vyplnenie dotazníka, odhad vzdialenosti. Např. doba potrebná na to, aby človek prešiel určitú vzdialenosť môže nadobúdať hodnoty $t > 0$.

Obor hodnôt náhodnej veličiny voláme definičným oborom náhodnej veličiny.

Náhodná veličina je určená za dvoch predpokladov:

1. ak je daný obor všetkých hodnôt, ktoré nadobúda
2. ak je daná pravdepodobnosť výskytu týchto hodnôt.

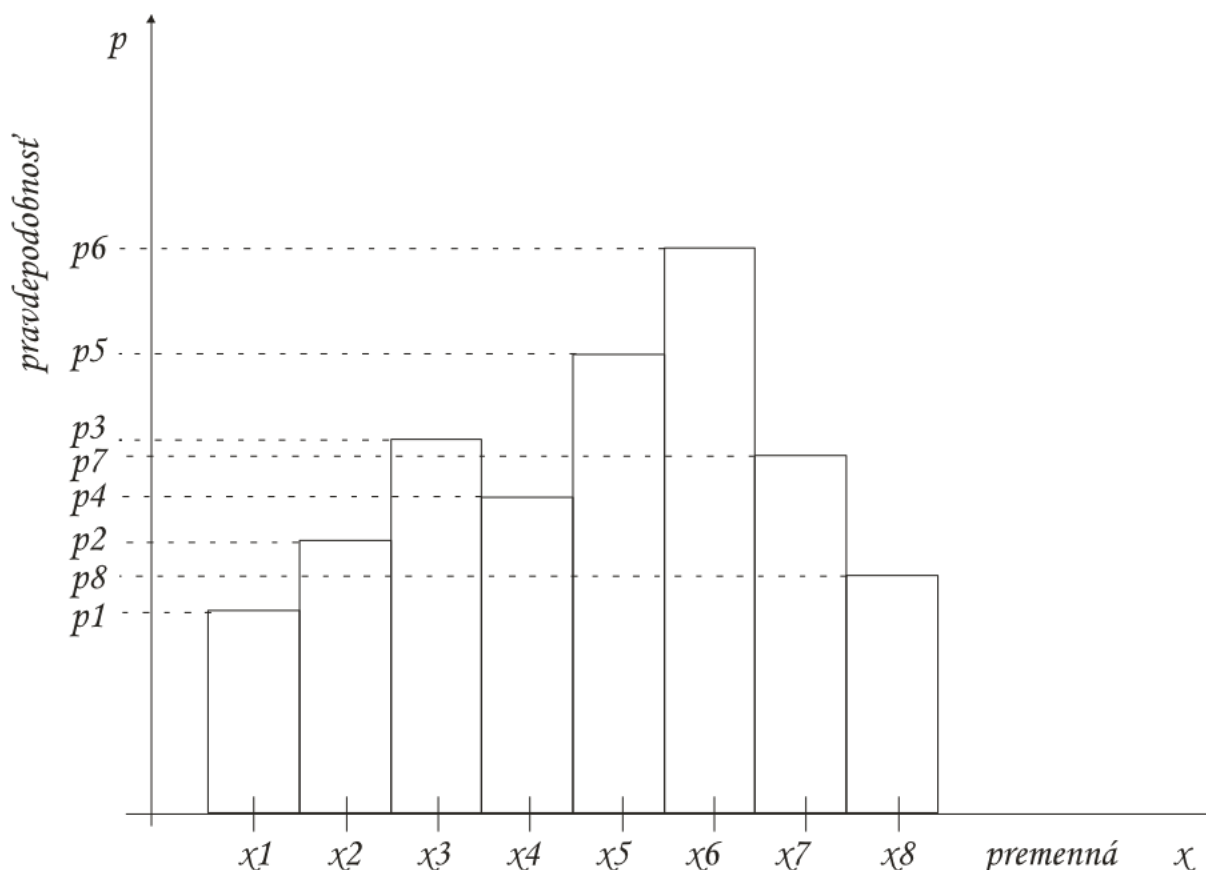
Zákon rozloženia pravdepodobnosti hovorí, že : pravdepodobnosť toho, že náhodná veličina X nadobúda hodnotu x je rovná $p(x)$. Píšeme: $P(X=x) = p(x)$

Zákon rozloženia diskkrétnej náhodnej veličiny X môže byť vyjadrený v tabuľke :

Hodnoty náhodnej premennej X	x_1	x_2	...	x_n
Príslušné pravdepodobnosti $p(x)$	$p(x_1)$	$p(x_2)$	...	$p(x_n)$

Pre grafické znázornenie diskretných veličín náhodných premenných môžeme použiť bodový diagram, úsečkový diagram alebo stĺpcový diagram – histogram.

Obr. 3 histogram



Potom funkciu, ktorá zobrazuje pravdepodobnosť výskytu skúmaného javu nazývame **distribučná funkcia**. Inak povedané funkcia $F(x)$, ktorá každému reálnemu $x \in (-\infty, \infty)$ priradzuje pravdepodobnosť že náhodná premenná $X < x$ sa nazýva distribučná funkcia náhodnej premennej X (X označujeme premennú a x označuje jej číselnú hodnotu). Píšeme $F(x) = P(X < x)$.

Druhy rozdelenia veličín

Rozdelenie diskretných náhodných veličín môže byť viaceré. Napr. o rovnomernom rozdelení hovoríme vtedy, ak všetky stavy, ktoré môžu nastať, majú rovnakú pravdepodobnosť. Vypočítame ju tak, keď celkovú pravdepodobnosť vyjadríme číslom 1 a dielčie

pravdepodobnosti jednotlivých stavov potom ako pomer 1 k počtu týchto stavov. Teda ak počet stavov je 2 (hod mincou – hlava, orol), pravdepodobnosť výskytu $P = 1/2$ u každého z nich. Ak počet možných stavov javu X je k , potom pravdepodobnosť javu X je $P(X=x_i) = 1/k$

$$P(X=x_2) = 1/k$$

$$P(X=x_k) = 1/k$$

a celkový súčet pravdepodobností je $\sum P(X=x_i) = 1$ Napr. pri hode kockou 6-krát:

$$k = 6 \quad P(X=1) = 1/6 \quad P(X=2) = 1/6 \quad P(X=6) = 1/6$$

Celkový súčet pravdepodobností je 1.

Aspoň vymenujme niektoré ďalšie typy rozdelenia, s ktorými sa v počte pravdepodobnosti môžeme stretnúť. (O výpočte ich pravdepodobností pojednáva podrobná literatúra, kde sú uvedené aj vzorce na jej výpočet.)

Pre **diskrétné hodnoty** sú charakteristické tieto ďalšie typy rozdelení:

Alternatívne rozdelenie (nula – jedničkové), binomické rozdelenie, geometrické rozdelenie, Poissonovo rozdelenie, Hypergeometrické rozdelenie.

Rozdelenie **spojitých náhodných veličín** môže byť:

rektangulárne, exponenciálne, normálne. Pri normálnom rozdelení sa zastavíme v budúcnosti trochu dlhšie.

3 Štatistický súbor, populácia a vzorka

Sociálna práca ako vedný odbor patrí k disciplinám, ktoré nazývame humanitné alebo vedy o človeku a spoločnosti. Do tejto skupiny by sme mohli zaradiť napríklad medicínu, sociológiu, psychológiu, politológiu, historické vedy a podobne.

Spoločnosť je veľmi zložitá štruktúra a javy, ktoré v nej je možné študovať, nemožno opísať jednoduchými matematickými či fyzikálnymi zákonitosťami.

Poznať spoločnosť v jej zložitosti preto vyžaduje mať k tomu vhodné metodologické nástroje.

Aj štatistika patrí k takýmto nástrojom, aj keď nechceme tvrdiť, že je nástrojom jediným, alebo najvýznamnejším.

Keďže štatistika používa na vyjadrenie vzťahov a poznania tzv. **hromadných javov** v ľudskej spoločnosti vyjadrenie číselné a používa matematické nástroje na opis skutočností, pri výskume v sociálnej práci je štatistika preto nástrojom **kvantitatívneho výskumu**. Pracuje teda s vyjadrením počtu, veľkosti, množstva javov. Pre vyjadrenie kvalitatívnych veličín v sociálnej práci existujú ešte iné nástroje, ktoré zase používa **kvalitatívny výskum**.

V historických dobách začiatkov štatistiky sa snažili štatistickí zmapovať všetkých jedincov, ktorí boli predmetom záujmu. Sú známe záznamy o sčítaní ľudu napr. z Biblie. Keďže takéto mapovania a meranie všetkých jedincov v populácii bolo veľmi náročné a drahé, snažili sa štatistickí vypracovať metódy, ktoré by boli časovo menej náročné, menej pracné a lacnejšie. Preto začali používať metódy skúmania **štatistickej vzorky**. V populácii sa určitým presne vymedzeným spôsobom vybrali jedinci, na ktorých sa žiadané veličiny zisťovali a merali. Zistilo sa, že hodnoty, ktoré dostávame mapovaním vzorky, sa tým viac približujú hodnotám, ktoré by sme mohli zistiť v celej populácii, čím lepšie pri výbere vzorky zachováme pravidlo **štatisticky náhodného výberu**. To znamená, ako sme už uviedli vyššie, že každý jedinec v skúmanej **populácii** (alebo v tzv. **základnom súbore**) má rovnakú šancu (rovnakú pravdepodobnosť) dostať sa do **vzorky** (alebo inak povedané do **výberového súboru**). Slovo populácia, ako si je možno všimnúť, používame v dvoch významoch: **demografickom**, kedy znamená ľudskú populáciu (buď v zmysle celoštátnom, regionálnom, alebo ako určitú charakteristickú skupinu) a vo význame **štatistickom**, kedy znamená základný súbor, teda súbor, na ktorom zisťujeme požadované charakteristiky. Pri štatistických metódach, kde hodnoty zisťujeme na výberovom súbore, potom základný súbor znamená ten väčší celok, ku ktorému zistené hodnoty môžeme **zovšeobecniť** pri použití počtu pravdepodobnosti. Zovšeobecniť hodnoty vzhľadom k základnému súboru znamená, že hodnoty platné pre výberový súbor považujeme za vysoko pravdepodobné pre súbor základný.

Pri analýze štatistického súboru sa budeme zaoberať najprv jeho *jednotkami* alebo *elementami*. Môžu to byť rozmanité veci, javy, procesy. V sociálnej práci to budú hlavne:

- ľudia
- spoločenské skupiny
- spoločenské útvary (inštitúcie – školy, ústavy, zdravotnícke inštitúcie a pod.)
- predmety (knihy, časopisy, aparatury...)
- operácie (platby, vyplatené mzdy, služby...)
- udalosti (narodenie detí, stretnutia, návštevy, úmrtia...)
- ľudské chovanie (návšteva kina, divadla, športová činnosť, cvičenie, rozhovory, modlitby...)
- rôzne sociálno-psychologické elementy, napr. postoje, mienka, priania, potreby

Teda je jasné, že v sociálnej práci pri štatistickom skúmaní používame jednotky, ktoré sú často používané aj v iných odboroch, napr. v sociológii, ekonomike, práve, psychológii atď.

Štatistický súbor potom tvoria jednotky *jedného rodu* (v logickom význame). Preto musia mať niektoré základné vlastnosti spoločné. Napr. obyvatelia Slovenska, narodenie detí, choroby vyššieho veku, príjem, samovraždy, stredoškolská mládež, ženy, vysokoškolsky vzdelaní obyvatelia a pod.

Súbory dát, populácia a vzorka

Pri výskume zbierame informácie – dáta nielen o ľuďoch a ich vlastnostiach, ale i o ich činnostiach, vzťahoch a javoch medzi nimi. Rôznym skupinám dát hovoríme *súbory dát*. Máme napríklad zistiť názory študentov na povinné poplatky za štúdium. Na to môžeme byť použiť súbor všetkých študentov na celej univerzite, alebo len časti študentov, ktorú vyberieme podľa predom stanoveného pravidla zo súboru študentov celej univerzity. Z tohto dielčieho súboru potom môžeme s určitou spoľahlivosťou vysloviť závery platné nielen pre tento dielčí súbor, ale i pre súbor všetkých študentov na celej univerzite (pozor nie pre všetkých študentov univerzít na Slovensku!).

Rozlišujeme teda dva typy súborov:

1. **Základný súbor (populácia)** – je to množina všetkých prvkov vymedzená cieľom výskumu. Pre tento súbor vyvodzujeme závery z výskumného šetrenia. Patria do nej všetky jednotky, ktoré majú nami skúmanú vlastnosť. Obyčajne však neskúmame v skutočnosti všetky jednotky s požadovanou vlastnosťou, ale tie, kde sa požadovaná

vlastnosť chová určitým spôsobom. Toto "chovanie" určujú ďalšie vplyvy, napríklad výška príjmu bude závisieť od regiónu a teda príjmy v rôznych regiónoch budú odlišnými populáciami. Rovnako nar. krvný tlak afroameričaniek je vyšší než amerických belošíek, hoci vplyvy, ktoré majú na jeho zvýšení podiel, doteraz nie sú prekúmané.

2. **Výberový súbor (výber, vzorka)** – je množina jednotiek, ktoré boli zo základného súboru (populácie) vybraté podľa predom stanovených pravidiel (Aby sme zachovali pravidlo náhodného výberu, t.j. že všetky jednotky základného súboru budú mať rovnakú šancu dostať sa do vzorky). Pre tento výberový súbor máme k dispozícii dáta, ktoré reprezentujú základný súbor. (Pravidlá výberu však musia byť zvolené v súlade s teóriou pravdepodobnosti – viď druhy výberov spomínané vyššie). Potom môžeme výsledky zistené pre výberový súbor(vzorku) zovšeobecniť na súbor základný (populáciu).

Niekedy sa môže pri výskume používať i vyčerpávajúce šetrenie, t.j. šetrenie na celom základnom súbore. Toto však vyžaduje viac času, financií a má tiež svoje úskalía.

Veľkosť vzorky

Pri mapovaní vzoriek a riadených experimentoch štatistickí študujú vzorky vybraté z väčšej populácie. **Jednoduchá náhodná vzorka** je vybraná v procese, v ktorom všetky možné jednotky rovnakého významu majú rovnakú pravdepodobnosť dostať sa do výberu (vzorky). Pre náhodne vybratú vzorku platí, že čím väčšia je vzorka, tým viac je reliabilná pre odhad takých hodnôt, ako je priemer alebo proporcie populácie. (**Reliabilita** znamená, že experiment je zvolený tak, že pri jeho opakovaní dostávame rovnaké alebo veľmi blízke výsledky, je to určitá „hodnovernosť“ experimentu.) Reliabilita experimentu sa zvyčajne meria pomocou smerodajnej odchýlky od priemeru vzorky. Smerodajná odchýlka klesá úmerne k odmocnine veľkosti vzorky. Preto na zdvojnásobenie reliability musia štatistickí vybrať štvornásobne veľkú vzorku.

Veľkosť vzorky (výberu) závisí najmä od toho, pre aký účel je štatistický výskum určený. Väčšina dobre známych výskumov verejnej mienky je založená na výberovej vzorke pozostávajúcej z 500 až 2000 ľudí. Vzorky mapujúce oficiálne nezamestnanosť napr. v USA zahŕňujú rozhovory a skúmanie viac než 50 000 osôb vybraných podľa princípov náhodného výberu (USA má asi 280 miliónov obyvateľov). Takéto mapovanie nám dáva priemery

a proporcie s viac než päťnásobne vyššou reliabilitou než zisťovanie na vzorke 1500 ľudí. Hoci metódy, ktoré zisťujú údaje na základe využitia počtu pravdepodobnosti sú pomerne komplikované, v zisťovaniach sa stále používa idea náhodného výberu vzorky, na ktorej sú štatistické zisťovania postavené ako na základe.

4 Náhodný výber a iné druhy výberov

Podmienky, pri ktorých vzniká náhodný výber, definujeme tak, že každá jednotka, ktorá patrí do základného súboru, musí mať rovnakú a nezávislú možnosť, že bude do nevyčerpávajúceho šetrenia (výberu) zahrnutá, ako má ktorákoľvek iná jednotka.

Realizovať túto zásadu v praxi je nie také jednoduché a existuje na to niekoľko spôsobov.

Každý z nich má určité výhody ale prináša i určité komplikácie, pokiaľ sa týka potom výpočtu spoľahlivosti ukazovateľov alebo odhadu parametrov základného súboru.

Z hľadiska použiteľnosti výberových techník rozoznávame:

1. náhodilý výber niektorých prvkov
2. výber skupín prvkov
3. mechanický výber
4. oblastný výber
5. viacstupňový výber

Každá výberová technika má potom i vlastné rovnice pre výpočet výberových charakteristík.

Ako príklad viacstupňového výberu si môžeme uviesť situáciu, keď potrebujeme vybrať vzorku, ktorá je charakteristická pre domácnosti na Slovensku. Pomocou príslušného vzorca si určíme veľkosť vzorky. Aby bola táto vzorka charakteristická, musíme dodržať pravidlo náhodného výberu, to znamená, aby každá jednotka (domácnosť na Slovensku) mala rovnakú šancu dostať sa do vzorky. Prakticky asi nebudeme losovať medzi všetkými domácnosťami na Slovensku. Rozdelíme si Slovensko na menšie, administratívne podchytené celky, napr. okresy. Z tých primerane veľkosti vzorky vylosujeme niekoľko. Vylosované okresy rozdelíme na sídla a z tých opäť losujeme. Vo vylosovaných sídlach môžeme losovať ešte jednotlivé ulice a v nich konkrétne domácnosti. Početnosť vylosovaných domácností v jednotlivých stupňoch výberu sa riadi pomerným zastúpením vzhľadom na celkový počet domácností. Je daný pomerom vypočítanej veľkosti vzorky k celkovému počtu domácností.

Často používaným spôsobom náhodného výberu je losovanie. Napríklad pri overovaní terapeutickej metódy sú klienti rozdelení do skupín losovaním. Iná častá technika môže byť určením tzv. kroku. Ak základný súbor tvoria napríklad žiaci stredných škôl v regióne, vylosujeme školy, ktoré budú patriť do skúmanej vzorky. Podľa požadovanej veľkosti vzorky potom zostavíme abecedný zoznam žiakov v každej škole (napr. z tried príslušnej vekovej

skupiny, ktorej sa výskum dotýka). Zoznam musí byť zostavený podľa poradia, ktoré je nezávislé na skúmanej vlastnosti. Túto podmienku abecedný zoznam obyčajne spĺňa. Ak je študentov napríklad 1000 a požaduje sa 20 % vzorka, teda 200 študentov. 1000/200 potom ukazuje, že každý piaty študent v zozname bude patriť do vzorky, pričom nepočítame od prvého, ale medzi prvými piatimi vylosujeme jedného (zaručíme náhodnosť výberu). Od jeho poradového čísla (napr. 3) potom počítame požadovaný krok (každý piaty), teda študenti s poradovým číslom 3, 8, 13, 18, 23 atď spadajú do našej vzorky.

Zámerný výber

Od iných výberov sa líši tým, že o vybratí prvku zo základného súboru do vzorky rozhoduje každý výskumník sám. Tento výber je potom subjektívne ovplyvnený. Ak výbery urobí niekoľko ľudí nezávisle na sebe, budú sa líšiť výberovými charakteristikami. Presnosť odhadovaných parametrov základného súboru potom záleží na odbornom úsudku každého výskumníka. Existujú tri spôsoby zámerného výberu:

- výberové jednotky sa dostávajú do výberu sami (napr. v anketách)
- zámerný výber priemerných jednotiek
- výber metódou kvót – zvolia sa kontrolné znaky, ktoré sa vyskytujú u každého prvku základného súboru a podľa nich sa výber orientuje.

Zámerný výber nezaručuje, že takto vybraná vzorka bude pre skúmanú populáciu jednotiek charakteristická, a teda výsledky na nej zistené nemôžeme zovšeobecniť na celú skúmanú populáciu.

Je často diskutovanou otázkou pri obhajobe diplomových a doktorandských prác, akým spôsobom výskumník interpretuje svoje výsledky. Pre jediného výskumníka bez tímu spolupracovníkov je veľmi náročné dosiahnuť, aby výber prvkov výskumu bol náhodný. Pokiaľ ide o zámerný výber (prvky tvoria klienti, ktorí navštívili so svojím konkrétnym problémom poradcu, alebo ide o študentov jednej školy, výskyt kriminality v jednom okrese a pod.), je odvážne a neodôvodnené zovšeobecňovať výsledky výskumu na celú populáciu (základný súbor). Treba si uvedomiť, že pokiaľ sme nedodrжали podmienky náhodnosti výberu, nemôžeme použiť pri interpretácii výsledkov teóriu pravdepodobnosti, nedodrжали sme totiž základnú podmienku na jej použitie. Výsledky takéhoto výskumu potom budú platiť len pre náš konkrétny výberový súbor, nemôžeme ich zovšeobecňovať.

5 Štatistické charakteristiky a parametre základného a výberového súboru.

Stredné hodnoty základného súboru

Pre popis rozloženia nameraných údajov v základnom súbore slúžia stredné hodnoty. Patrí sem aritmetický priemer, medián a modus.

Aritmetický priemer základného súboru sa značí μ a vypočíta sa podľa vzorca

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

kde x_i je i -tá nameraná hodnota v základnom súbore a n je rozsah základného súboru.

Ďalšou strednou hodnotou je **medián**, ktorý sa značí M_e . Je to nameraná hodnota, ktorá sa nachádza v strede rady všetkých hodnôt základného súboru, usporiadaných podľa veľkosti. Teda 50% hodnôt sa nachádza nad mediánom a 50% pod mediánom. Pri nepárnom počte hodnôt medián zodpovedá skutočnej prostrednej hodnote, pri párnom počte meraní je medián priemer z dvoch prostredných členov radu hodnôt. Ak napríklad rad obsahuje 61 hodnôt, medián je 31. hodnota. Ak má rad 100 hodnôt, potom medián leží v strede medzi 50-tou a 51. hodnotou.

Napríklad:

V rade 11-tich nameraných hodnôt (výška detí) 125, 127, 128, 129, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 134 je medián šiesty člen radu, tj. $M_e = 130$.

V rade dvanástich nameraných hodnôt 125, 128, 128, 129, 130, 130, 131, 132, 132, 132, 134, 135 je medián priemer z dvoch prostredných hodnôt $M_e = \frac{130+131}{2} = \frac{261}{2} = 130,5$

Na rozdiel od aritmetického priemeru má použitie mediánu ako strednej hodnoty výhodu v tom, že sa nemusí počítať zo všetkých nameraných hodnôt. Je nezávislý na maximálnej a minimálnej hodnote základného súboru a hovorí sa o ňom, že je hodnotou, vyskytujúcou sa s najväčšou pravdepodobnosťou v základnom súbore.

Modus M_o je hodnota, ktorá sa v rozdelení početnosti vyskytuje najčastejšie. Pokiaľ sa v rade hodnôt budú rovnako často vyskytovať hodnoty s maximálnou početnosťou vedľa seba, modus bude ich priemer. Pokiaľ v rade existujú dve navzájom nesusediace hodnoty s maximálnymi

početnosťami, potom sa obe tieto hodnoty uvádzajú ako modus a rozdelenie sanazýva binominálne (dvojvrcholové).

Napríklad:

125, 128, 128, 129, 130, 130, 131, 132, 132, 132, 134, 135 $M_o = 132$

3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 8 $M_o = 5,5$ (aritmetický priemer čísel 5 a 6)

3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 8, 9 $M_{o1} = 5, \quad M_{o2} = 8$

Je potrebné tiež vyjadriť miery pre individuálne rozdiely – tzv. odchýlky od priemeru. Ak poznáme aritmetický priemer, potom sa dá vypočítať odchýlka od priemeru pre každú nameranú hodnotu $\delta = x_i - \mu$. Najhrubšou mierou, ktorá sa používa u malých súborov, je rozdiel medzi najväčšou a najmenšou nameranou hodnotou. Tomuto rozdielu sa hovorí variačné rozpätie.

Iné štatistické charakteristiky a parametre základného súboru.

Meranie variability alebo rozptylu základného súboru

Variačné rozpätie je veľmi závislé na náhodných vplyvoch, pretože používa len dve extrémne hodnoty. Preto boli odvodené miery rozptylu hodnôt, ktoré sa počítajú zo všetkých nameraných hodnôt. Najlepšou mierou pre stupeň variability rozloženia je smerodajná odchýlka a jej druhá mocnina σ^2 , ktorá sa nazýva rozptyl alebo variancia. **Rozptyl** sa vypočíta ako priemer druhých mocnín odchýlok všetkých nameraných hodnôt od ich aritmetického priemeru.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}$$

Počítame:

1. vypočítame aritmetický priemer všetkých hodnôt
2. od každej hodnoty x_i odpočítame aritmetický priemer
3. spočítame všetky druhé mocniny týchto vypočítaných rozdielov
4. vypočítanú hodnotu vydáme počtom meraní (hodnôt) n

Smerodajná (štandardná) odchýlka základného súboru

Smerodajná odchýlka je potom odmocninou rozptylu. Smerodajná odchýlka nám udáva priemernú vzdialenosť všetkých nameraných hodnôt od ich aritmetického priemeru.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}}$$

Čím je táto hodnota väčšia, tým viac je rozloženie hodnôt rozptýlené ďalej od priemeru a čím je menšia, tým viac sa namerané hodnoty hromadia okolo priemeru.

Najlepšie sa dá smerodajná odchýlka a rozptyl vysvetliť na príklade streleckého terča. (Swoboda, H., 1977). Ak je na terč vypálených niekoľko striel, tieto sa „rozptýlia“ okolo stredu. Ak strieľal dobrý strelec, sú vzdialenosti striel od stredu všetky malé – majú malý rozptyl. Ak však strieľal zlý strelec, zásahy sú od stredu vzdialené viac.

Napríklad:

Máme dvoch strelcov, ktorých zásahy do terča majú hodnotu:

strelec A: $x_A = \{7, 8, 9\}$

strelec B: $x_B = \{1, 10, 13\}$.

Keď vypočítame aritmetické priemery hodnôt zásahov, vyjde nám rovnaká hodnota:

$$\mu_A = \frac{7 + 8 + 9}{3} = 8, \quad \mu_B = \frac{1 + 10 + 13}{3} = 8.$$

Znamená to azda, že obaja strelci sú rovnako dobrí? Na posúdenie tejto odpovede nám nestačia aritmetické priemery hodnôt. Na vyjadrenie toho, ktorý strelec je lepší, nám poslúži „rozptyl jednotlivých zásahov okolo stredu terča“. Môžeme ho vyjadriť ako určitú „plochu, ktorá je ohraničená jednotlivými zásahmi“. Teda ako priemernú vzdialenosť jednotlivých zásahov od priemeru umocnenú na druhú. (Keby sme počítali iba súčet vzdialeností jednotlivých zásahov od priemeru a ich priemer, súčet vzdialeností od priemeru by bol nulový. Preto aby sme sa tomu vyhli, pracujeme s druhou mocninou.)

Teda rozptyl strelca A a smerodajná odchýlka bude:

$$\sigma_A^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n} = \frac{(7-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2}{3} = \frac{(-1)^2 + 0^2 + 1^2}{3} = \frac{2}{0,673} \Rightarrow \sigma_A = \sqrt{0,67} = 0,82$$

Rozptyl strelca B a smerodajná odchýlka je

$$\sigma_B^2 = \frac{(1-8)^2 + (10-8)^2 + (13-8)^2}{3} = \frac{(-7)^2 + 2^2 + 5^2}{3} = \frac{49+4+25}{3} = \frac{78}{3} = 26 \Rightarrow \sigma_B = \sqrt{26} = 5,1$$

(Swoboda, H., 1977)

Potom logicky lepší strelec je ten, ktorého zásahy mali menší rozptyl okolo priemeru, teda strelec A.

Poznámka: V praxi sa častejšie pracuje s obmenou vzorca pre rozptyl a smerodajnú odchýlku, kde sa obchádza viacmiestne umocňovanie, ale algebraicky je úplne ekvivalentný. Vzorce pre rozptyl a smerodajnú odchýlku, kde sa nemusia počítať odchýlky všetkých nameraných hodnôt od priemeru, sú nasledovné:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{n}, \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{n}}.$$

Štatistické charakteristiky výberového súboru Stredné hodnoty výberového súboru

Rovnako ako pri popise stredných hodnôt základného súboru, používame na popis výberového súboru obdobné stredné hodnoty (miery centrálnej tendencie): **výberový aritmetický priemer**

$\bar{x}$, **výberový medián** $\tilde{x}$ a **výberový modus** x . Niekedy je potrebné zhrnúť závery výberov, keď premenná viackrát nadobúda tú istú hodnotu do jedného ukazovateľa, tzv. váženého aritmetického priemeru.

$$\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{\sum_{i=1}^k n_i}, \quad \text{kde } \bar{x}_i, i = 1, 2, \dots, k \text{ je aritmetický priemer}$$

i -teho výberu a n_i je rozsah i -teho výberu.

Príklad: (Reiterová, E., 2000)

V dvoch študijných skupinách sa zistilo, koľko dní zameškajú študenti počas jedného školského roka. V prvej skupine bol priemer na jedného študenta 20 dní a v druhej skupine 40 dní. Chceme zistiť priemerný počet dní absencie v oboch skupinách dohromady. Najskôr budeme predpokladať rovnaký počet študentov v oboch skupinách a potom rôzne veľké skupiny.

$$1. \quad n_1 = n_2 = 10$$

Jednoduchý a vážený aritmetický priemer sa bude zhodovať: $\bar{x} = \frac{20 + 40}{2} = 30$

$$\bar{x}_v = \frac{20 \cdot 10 + 40 \cdot 10}{10 + 10} = \frac{200 + 400}{20} = \frac{600}{20} = 30$$

Priemerný počet dní absencie v oboch skupinách je 30 dní.

$$2. \quad n_1 = 100, n_2 = 10$$

$$\bar{x}_v = \frac{20 \cdot 100 + 40 \cdot 10}{100 + 10} = \frac{2000 + 400}{110} = \frac{2400}{110} \approx 22$$

Priemerný počet dní absencie v oboch skupinách je 22 dní.

Výberový rozptyl a výberová smerodajná odchýlka

Výberový rozptyl (variácia) je súčet druhých mocnín odchýlok všetkých nameraných hodnôt od aritmetického priemeru vydelený počtom meraní zmenšeným o 1.

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Výberová smerodajná odchýlka je odmocnina z výberového rozptylu:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Pre výpočet výberového rozptylu a výberovej smerodajnej odchýlky sa dá podobne ako pri základnom súbore použiť zjednodušený vzorec, pri ktorom sa nemusia počítať jednotlivé odchýlky od priemeru:

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n-1}, \quad s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n-1}}$$

Príklad:

Vypočítajte výberový rozptyl a výberovú smerodajnú odchýlku z nameraných hodnôt u dvadsiatich subjektov:

subjekt	x_i	subjekt	x_i
S1	64	S11	60
S2	48	S12	43
S3	55	S13	67
S4	68	S14	70
S5	72	S15	65
S6	59	S16	55
S7	57	S17	56
S8	61	S18	64
S9	63	S19	61
S10	60	S20	60
Σ			1208

$$\sum x_i = 1208, \quad (\sum x_i)^2 = 1\,459\,264, \quad \sum x_i^2 = 73\,894, \quad N = 20$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{N}}{N-1} = \frac{73\,894 - \frac{1\,459\,264}{20}}{19} = \frac{73\,894 - 72\,963}{19} = \frac{931}{19} = 49$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{49} = 7$$

V prípade, že sú namerané hodnoty rozdelené do tried, počítame rozptyl podľa vzorca:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

kde x_i sú namerané hodnoty, f_i sú ich početnosti, $\bar{x}$ je aritmetický priemer nameraných hodnôt a n je ich počet.

Vzorec pre výberový rozptyl v tvare $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$ sa používa pre výbery s už vypočítaným aritmetickým priemerom $\bar{x}$. Potom sa údaje zapisujú do nasledujúcej tabuľky:

x_i	f_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
...	...	...	...	...
	$\sum_{i=1}^k f_i = n$			$\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$

Príklad:

Vypočítajte výberový rozptyl a výberovú smerodajnú odchýlku z tabuľky:

x_i	f_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
3	1	-2,13	4,54	4,54
4	3	-1,13	1,28	3,84
5	4	-0,13	0,02	0,08
6	7	0,87	0,76	5,32
Σ	15			13,78

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{8} 13,78 = 1,7225 \approx 1,72$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,7225} \approx 1,31$$

Pokiaľ nie je nutné počítať aritmetický priemer, potom sa pre výberový rozptyl používa vzorec:

$$s^2 = \frac{n \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k f_i x_i \right)^2}{n(n-1)}$$
 a údaje sa zapisujú do tabuľky

x_i	x_i^2	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
...	...	...	...	...
		$\sum_{i=1}^k f_i = n$	$\sum_{i=1}^k f_i x_i$	$\sum_{i=1}^k f_i x_i^2$

Príklad:

x_i	x_i^2	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
3	9	1	3	9
4	16	3	12	48
5	25	4	20	100
6	36	7	42	252
Σ		15	77	409

$$s^2 = \frac{n \sum_{i=1}^k f_i x_i - \left(\sum_{i=1}^k f_i x_i \right)^2}{n(n-1)} = \frac{15 \cdot 409 - 77^2}{15 \cdot 14} = \frac{6135 - 5929}{210} = \frac{206}{0,98 \cdot 210} \cong 1$$

Stupne voľnosti

Číslo **n-1** vo vzorci pre výberový rozptyl $s^2 = \frac{n \sum_{i=1}^k f_i x_i - \left(\sum_{i=1}^k f_i x_i \right)^2}{n(n-1)}$ sa nazýva počet

stupňov voľnosti. Ak máme k dispozícii práve jedno pozorovanie ($n=1$), potom toto pozorovanie bude výberovým priemerom a poskytne nám určitú informáciu o priebehu celej populácie. Ak k tejto nameranej hodnote nemáme žiadnu charakteristiku variability výberu (rozptyl, smerodajnú odchýlku, variačný koeficient), nemáme ani žiadnu informáciu o variabilite populácie. Keď zmeriame výšku jedného šesťročného dieťaťa, potom túto priemernú hodnotu môžeme použiť ako odhad priemernej výšky všetkých šesťročných detí, ale

nebudeme vedieť, v akých medziach sa táto výška pohybuje (napr. od 115 do 125 cm). Jedno pozorovanie na popis výberového súboru nestačí. Len v prípade, že n je väčšie ako 1, je možné usudzovať na rozptýlenosť výberu. Podmienkou teda je, že pre výpočet variability musíme mať $n-1$ jednotiek informácií (nameraných hodnôt). Preto číslo $n-1$ je deliteľom pre rozptyl a nazýva sa *počet stupňov voľnosti*.

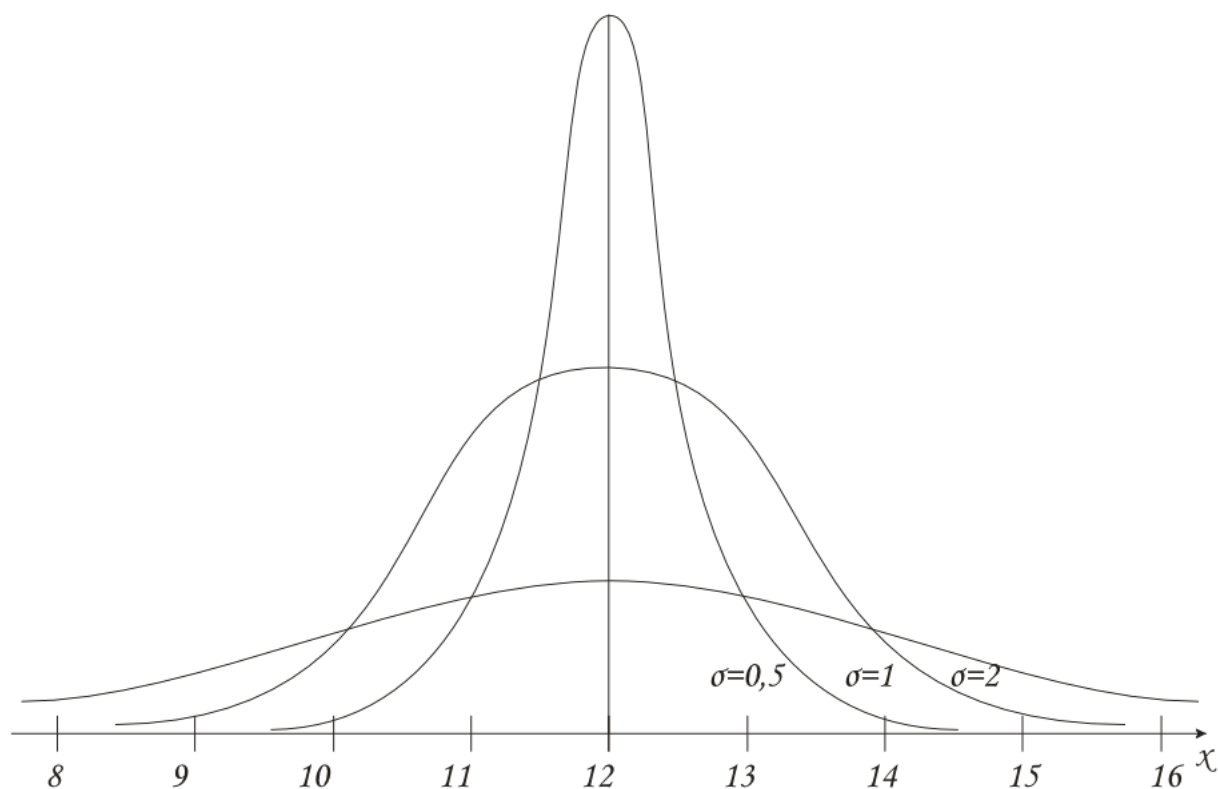
6 Vizuálna distribúcia dát – normálna krivka

Dáta sa môžu niekedy prezentovať ako **normálne rozdelenie**, alebo v krivke tvaru zvonu. Toto rozdelenie voláme niekedy aj Gaussova krivka, hoci tento učenec nie je jej objaviteľom.

Aby bolo rozdelenie normálne, musí platiť:

1. priemer, medián a modus majú rovnakú hodnotu
2. rozdelenie (krivka hodnôt) je symetrické. Pravá polovica krivky je zrkadlovým obrazom ľavej polovice.
3. Najviac hodnôt je koncentrovaných okolo stredy.

Obr. 5



Tri rozdelenia s tou istou centrálnou hodnotou ale odlišným rozptylom

Ak sú všetky vrany čierne, nie je treba vytvárať výberové súbory a uvažovať o tom koľko vrán by mohlo byť šedých alebo modrých. Ak je pravdepodobnosť, že vrany sú čierne, $p=1$, ide o určitosť (Disman, M., 2002).

Niečo iné je, ak napríklad skúmame hmotnosť sto, tisíc alebo ešte väčšieho množstva vrán. Aj keď vylúčime mláďatá, objavujú sa vnútri skúmaného súboru výkyvy. Podobne sa navzájom odlišuje telesná výška dospelých mužov, kvocient inteligencie školopovinných detí, počet slov na úplne potlačených stranách knihy, presná dĺžka sériovo vyrábaných vešiakov, životnosť elektrických žiaroviek, dokonca navzájom nezávislé merania jednej a tej istej vzdialenosti. Toto rozdelenie súvisí s binomickým rozdelením, ktoré sme spomínali pri náhodnom hádzaní mincou. Výsledky dvadsiatich hodov mincou rovnako ako temer každého druhu výberového skúmania vykazujú tiež charakteristické znaky tzv. normálneho rozdelenia. Normálne rozdelenie je ako aj iné štatistické rozdelenia predovšetkým myšlienkovým modelom a pomôckou pri výpočtoch, teda nie exaktným prírodným zákonom, ktorý bude naplnený s malichernou presnosťou.

Ak sa štatistika vždy, keď vystupuje ako indukčná štatistika, snaží usudzovať z celku na základe vzoriek a dielčích pozorovaní, a preto môže poskytnúť len viac alebo menej pravdepodobné odhady, bolo by absurdné, keby sme predstierali presnosť, ktorá sa v skutočnosti v takom stupni nikdy nevyskytuje a ktorá je ďalej vylúčená samotným náhodilým charakterom každého výberového súboru.

Teória i prax však dokázali správnosť domnienky, že normálne rozdelenie platí pre temer všetky výbery a pre veľmi mnohé rozdelenia podchytiteľných súborov.

Normálne rozdelenie má tú vlastnosť, že nech už ide o akékoľvek objekty, úkazy, merania, sú vždy jednoznačne určené strednou hodnotou a rozptylom. Za strednú hodnotu spravidla považujeme aritmetický priemer

$\bar{x}$ alebo $\bar{x}$, a to platí i v prípade normálneho rozdelenia. Rovnakú hodnotu ako aritmetický priemer majú i modus a medián. Rozdelenie s najväčšou početnosťou uprostred musí byť symetrické. Podľa rozsahu rozptylu a podľa merítka zvoleného pre grafické znázornenie vzniká v idealizovanej forme plochejšia alebo strmšia krivka.

Nech sa však zvolí akékoľvek merítko a nech je rozptyl k priemeru v akomkoľvek pomere, normálna krivka má vždy niektoré charakteristické znaky. Pre prax najdôležitejšie je, že keď pozorujeme plochu pod „zvonom“ ako súbor, ležia na obe strany od maxima (stredná hodnota) vždy presne rovnaké časti tejto plochy.

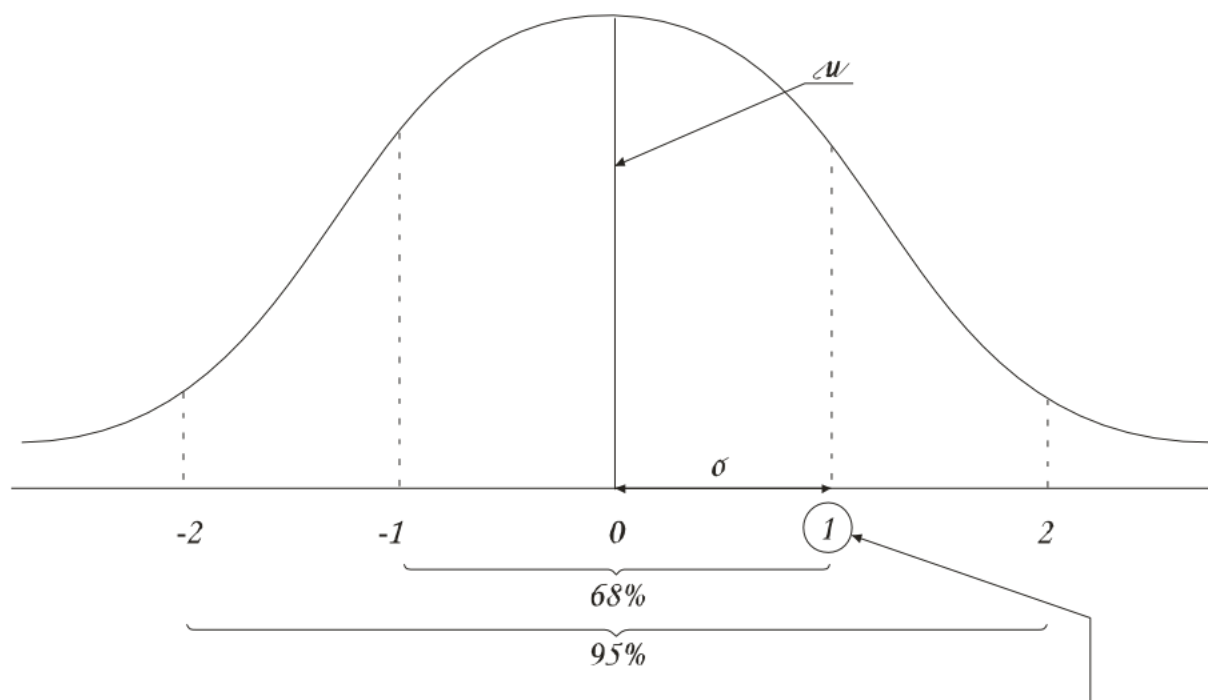
V úseku $+a$ a $-a$ leží 68,26 %, tj. približne 2/3 celkovej plochy,

v úseku $+2$ a -2 skoro presne 95%

a medzi $+3$ a -3 99,7% plochy.

Hodnoty za tromi smerodajnými odchýlkami sa preto berú do úvahy len veľmi zriedka, aj keď normálna krivka sa teoreticky rozkladá od $-\infty$ po $+\infty$. Týmto a svojím plynulým priebehom sa líši od binomického rozdelenia.

Obr. 6



jedna štandardná odchýlka od priemeru ($u=0$, $\sigma=1$)

Práve táto vlastnosť smerodajnej odchýlky nám umožňuje robiť zaujímavé odhady. Smerodajná odchýlka meria homogénnosť súboru. Umožní nám definovať, ako dobre vypočítaný priemer charakterizuje populáciu. Dovoľuje nám formulovať napr. tvrdenie typu: „Mesačný príjem osôb v našej vzorke bol 14 800,- Sk priemerne. Môžeme predpokladať, že priemerný príjem našej populácie spadá s 95% pravdepodobnosťou do oblasti medzi 14 100,- a 15 500,- Sk“.

To je príklad dôležitej roly, ktorú smerodajná odchýlka hrá pre definovanie štatistickej významnosti našich výsledkov. Vďaka smerodajnej odchýlke sme schopní povedať, že existuje len päťpercentná pravdepodobnosť, že rozdiely v priemernej konzumácii alkoholu v dvoch skúmaných skupinách sú náhodné a že pre zostávajúcich 95% môžeme dúfať, že rozdiely sú skutočnou funkciou nejakej vlastnosti (napr. pohlavia), podľa ktorej boli skúmané osoby zatriedené do oboch skupín.

7 Základné druhy premenných – nominálne, poradové, intervalové

Premenné v štatistike musíme klasifikovať do troch skupín, ktoré sú v navzájom hierarchickom vzťahu. Je to dôležité preto, lebo pre každú triedu premenných môžeme použiť len určitý súbor štatistických operácií.

Premenné preto delíme na tri základné skupiny: *nominálne, poradové a intervalové premenné*.

Nominálne premenné

Hovorí sa im tiež kvalitatívne premenné. Ich kategórie sú len názvy a nedáva zmysel sa pýtať, či je určitá kategória vyššia alebo nižšia než iná. Príkladom nominálnej premennej je respondentovo pohlavie, farba vlasov, farba očí, rodisko, dátum narodenia. Pri dotazníku napríklad odpovede áno, nie. Mnoho štatistických operácií, ktoré môžeme používať pre ordinárne a intervalové premenné, tu nemôžeme použiť.

Poradové premenné

Voláme ich tiež ordinárne premenné. U týchto premenných môžu byť ich kategórie zoradené do nejakej hierarchie. Môžeme sa zmysluplne pýtať, či sledovaná vlastnosť je u určitého jedinca vyššia (nižšia, silnejšia, lepšia atď.) než u iného respondenta. Nevieme však, o koľko je väčšia. Vieme napr. že strieborná medaila je lepšia než bronzová, ale nie taká dobrá ako je zlatá. Otázka, koľkokrát je strieborná medaila lepšia než bronzová, nedáva zmysel.

Príkladom takýchto premenných je napríklad stupnica známkovania v škole, alebo aj na vysokej škole A, B, C, D, E, Fx. Potom je ale metodicky nesprávne počítat aritmetický priemer známok. Čísla poradia nie sú hodnoty jednotlivých premenných, sú to len symboly poradia. Pri dotazníkových šetreniach k takýmto premenným patria škály, napríklad odpovede: úplne súhlasím, skôr súhlasím, skôr nesúhlasím, nesúhlasím. U takýchto premenných nemá žiaden zmysel počítat aritmetický priemer, ukazovateľom strednej hodnoty je median, teda stred poradia. Nedá sa počítat ani smerodajná odchýlka a teda nesprávne je aj použitie parametrických testov u takýchto premenných.

Intervalové premenné

Voláme ich tiež kardinálne premenné. Tieto majú kategórie, kde nielen že dáva zmysel sa pýtať, či je určitá kategória vyššia než iná, ale tiež otázka, koľkokrát je vyššia, je tu zmysluplná. Príjem, počet detí v rodine, vek sú typickými ukážkami týchto premenných. Typické kardinálne premenné dostávame ako výsledky laboratórnych meraní, napr. hladina cukru v krvi, hladina hemoglobínu, hmotnosť jedinca, výška jedinca, krvný tlak a pod. Štatistika s nimi dokáže robiť operácie, ktoré sa nedajú robiť pre nižšie úrovne premenných. Dobrým rozlišovacím znakom kardinálnych premenných je, že sa uvádzajú v jednotkách (roky, kilogramy, centimetre, miligramy, milimóly atď.) Bohužiaľ, intervalových premenných v sociálnom výskume nie je mnoho.

Ukazovateľom strednej hodnoty je aritmetický priemer, dá sa vypočítať smerodajná odchýlka a rozptyl a teda na testovanie takýchto hodnôt používame parametrické testy.

Niekedy je ťažké rozhodnúť, do ktorej kategórie určitá premenná patrí. Musíme si odpovedať na obe zmienené kritické otázky a zamyslieť sa, či ich aplikácia dáva nejaký rozumný zmysel.

Kritické otázky		
A: Je určitá kategória premennej väčšia (menšia) než iná kategória?		
B: Koľkokrát je väčšia (menšia)?		
Sú tieto otázky zmysluplné?		
A	B	
nie	nie	nominálna premenná
áno	nie	poradová premenná
áno	áno	intervalová premenná

Nominálne štatistické operácie nedokážu mnoho z toho, čo dokážu operácie vyššieho rádu. Ale zato ich môžeme aplikovať na nominálne, na poradové i na intervalové premenné.

Poradové operácie dokážu viacej než nominálne, ale zďaleka nie toľko, čo intervalové. Môžeme ich aplikovať len na ordinárne a intervalové premenné., nie však na nominálne.

Intervalové štatistické operácie dokážu ďaleko viac, než obe predchádzajúce. Môžeme ich však aplikovať len na premenné intervalového charakteru.

	nominálne operácie	poradové operácie	intervalové operácie
Premenné			
nominálne	áno	nie	nie
poradové	áno	áno	nie
intervalové	áno	áno	áno

Na nasledujúcom príklade si vysvetlíme zmysel tohto uvažovania. Často je pre nás výhodné vyjadriť informácie o vzorke v čo najjednoduchšej forme. Chceme napr. niečo povedať o počte detí v rodine v Bratislave. Publikovať zoznam všetkých rodín s počtom detí by poskytlo veľmi úplnú informáciu, ale bolo by dosť nepohodlné, neprehľadné a z mnohých dôvodov i prakticky nemožné. Preto sa obvykle uspokojíme s informáciou o priemernom počte detí. Aritmetický priemer je intervalový popis strednej hodnoty. Môžeme ho teda použiť len pre popis intervalových dát, ako je počet detí, príjem, vek a pod. Ale zistiť, aká je priemerná farba očí študentov sociálnej práce by bola z hľadiska štatistiky dosť absurdná úloha.

Pre premenné na rôznej úrovni merania používame odpovedajúce indikátory centrálnej tendencie:

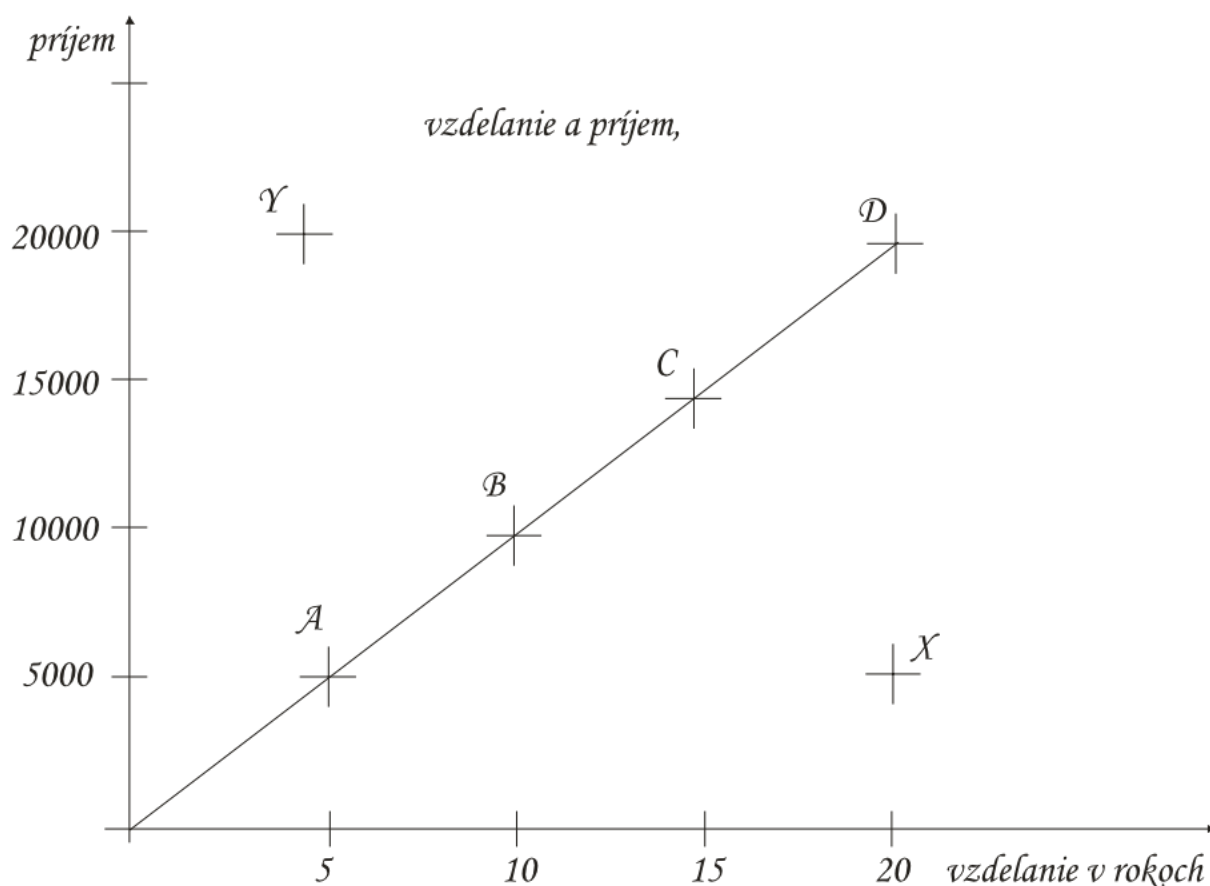
intervalové dáta	aritmetický priemer
poradové dáta	medián
nominálne dáta	modus

8 Štatistická závislosť, korelácia, regresia

Intervalové premenné sú akýmisi „aristokratmi“ medzi ostatnými premennými. Môžeme s nimi robiť operácie, ktoré sú pre iné úrovne merania problematické, alebo nemožné. Prečo?

Ak máme dve intervalové premenné, môžeme každého jedinca znázorniť ako bod v dvojrozmernom priestore. Poloha tohto bodu potom charakterizuje hodnotu, ktorú majú obe premenné pre dotýčného jedinca. Vysvetlíme si to na obrázku.

Obr. 8 Vzdelanie a príjem (Disman, 2000)



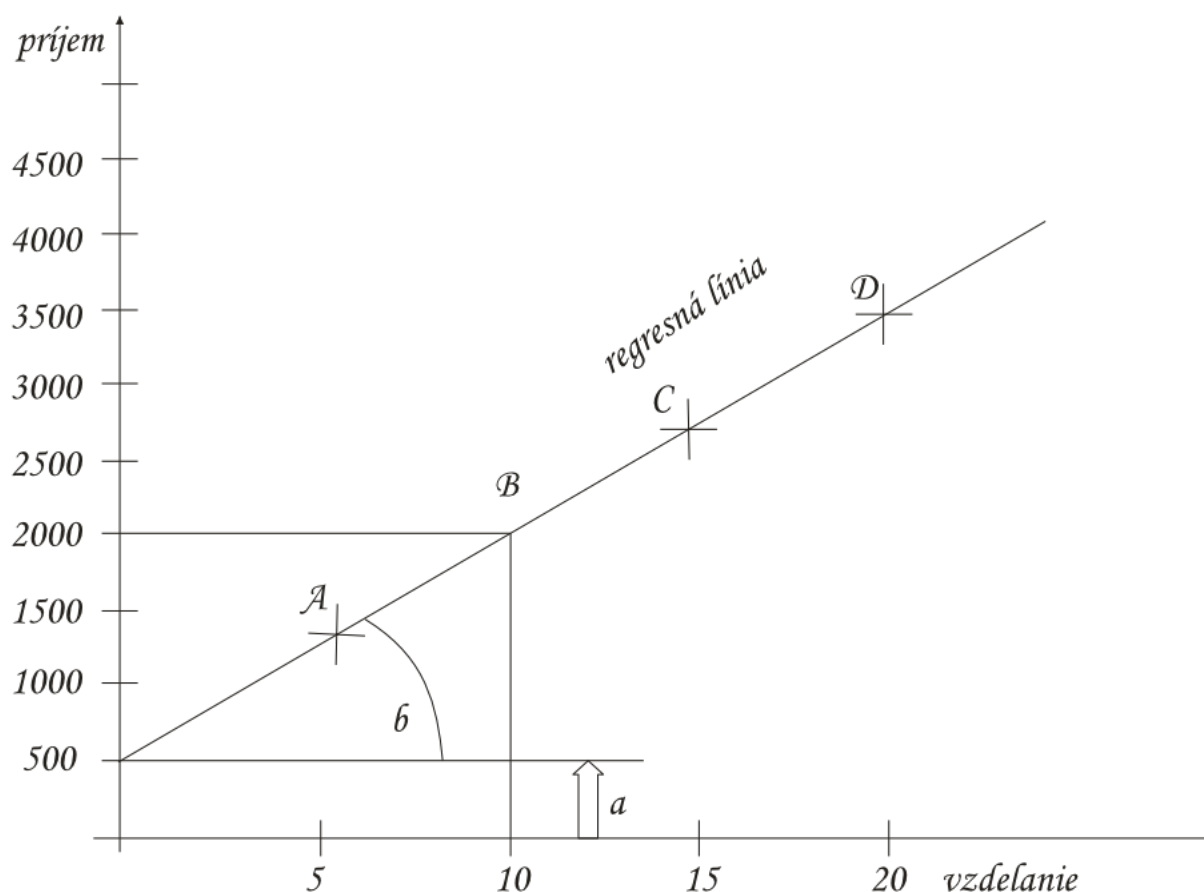
V grafe vodorovná os X predstavuje vzdelanie popísané v rokoch a kolmá os Y reprezentuje hrubý mesačný príjem v korunách. O každom jedincovi reprezentovanom na našom grafe môžeme povedať, aké je jeho vzdelanie a aký je jeho príjem. Tak jedinec A má 6 rokov vzdelania a mesačný príjem 5000 korún. Pre respondentov B až E plat rastie rovnomerne so vzdelaním. Tak napr. jedinec E má dvadsať rokov vzdelania a príjem

20 000,-Sk. Potom tu máme ešte anomálie: Respondent Y má nízke vzdelanie a veľmi vysoký príjem. Mohol by to byť napr. pracovník bezpečnostnej agentúry. A čo môžeme povedať o jedincovi Y? Je to pravdepodobne sociálny pracovník alebo vysokoškolský učiteľ.

Teraz si predstavme, že by sme sa zbavili oboch týchto anomálnych jedincov a v našej vzorke by zostali len tí ideálni respondenti, pri ktorých so zvyšujúcim sa vzdelaním rovnomerne narastá aj príjem. Potom by sme týmito pozorovaniami mohli preložiť priamku. Takejto priamke sa hovorí regresná priamka. Regresná analýza nám umožní pre každého jedinca určiť hodnotu premennej Y, keď pre neho poznáme hodnotu X. V situácii znázornenej na našom grafe by sme to mohli urobiť úplne presne a bez akéhokoľvek počítania.

Pravidlo pre predpoveď hodnoty Y na základe znalosti hodnoty X je možné generalizovať na populáciu, ktorú vzorka reprezentuje.

Obr. 9 Vzdelanie a príjem



Túto operáciu však môžeme vyjadriť aj čiste matematicky. Vzorec je vlastne matematickým vyjadrením priamky.

$$y = ax + b$$

- y** To je hodnota **závisle premennej** pre daného jednotlivca. Závisle premenná je tá, ktorú sa snažíme predpovedať na základe našej znalosti o nezávisle premennej x.
- b** Všimnime si bod, v ktorom regresná priamka pretína kolmú súradnicu y. Hodnota premennej v tomto bode sa nazýva **konštanta**. Je to hodnota závisle premennej y pre tých respondentov, ktorí majú najnižšiu možnú hodnotu v nezávisle premennej x. V našom prípade je to príjem tých jednotlivcov, ktorí nemajú žiadne formálne vzdelanie.
- a** Toto je tzv. **regresný koeficient**. Vyjadruje strmosť priamky. čím viac pribúda príjem s rastúcim vzdelaním, tým príkrejší je sklon regresnej línie. Regresný koeficient je v podstate informácia, o koľko vzrastie y, keď nezávisle premenná vzrástla o jednu jednotku. V našom prípade vyjadruje, o koľko korún vzrastie príjem, keď vzdelanie vzrástlo o jeden rok. (V grafe je regresný koeficient znázornený uhlom
- x** Toto je hodnota **nezávisle premennej**, pozorovaná pre daného jednotlivca, teda v našom prípade dĺžka jeho vzdelania.

Regresný koeficient - jeho výpočet vychádza z rovnice regresnej priamky.

Pre y závislé na x platí vzťah:

$$a = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2},$$

konštanta b je v tvare:

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

Pre x závislé na y platí vzťah:

$$a = \frac{\sum (y - \bar{y})(x - \bar{x})}{\sum (y - \bar{y})^2}, \quad b = \bar{x} - a\bar{y}.$$

Príklad:

Pri meraní dostaneme päť usporiadaných dvojíc (x,y): (2,2), (6,4), (8,6), (10,7), (12,10).

Vypočítajte rovnice regresných priamok $y = ax + b$ a $x = ay + b$.

Z nameraných hodnôt najprv vypočítame priemery. Výsledky zapíšeme do tabuľky, do ktorej doplníme pomocné výpočty.

$$\bar{x} = \frac{2+6+8+10+12}{5} = \frac{38}{5} = 7,6$$

$$\bar{y} = \frac{2+4+6+10+12}{5} = \frac{29}{5} = 5,8$$

x	y	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
2	2	-5,6	-3,8	31,36	14,44	21,2
6	4	-1,6	-1,8	2,56	3,24	2,88
8	6	0,4	0,2	0,16	0,04	0,08
10	7	2,4	1,2	5,76	1,44	2,88
12	10	4,4	4,2	19,36	17,64	18,48
Σ				59,2	36,8	45,52

1. $y = ax + b$

$$a = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2} = \frac{45,52}{59,2} = 0,77$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 5,8 - 0,77 \cdot 7,6 = 5,8 - 5,85 = -0,05$$

$y = 0,77x - 0,05$rovnica regresnej priamky pri závislosti y na x.

2. $x = ay + b$

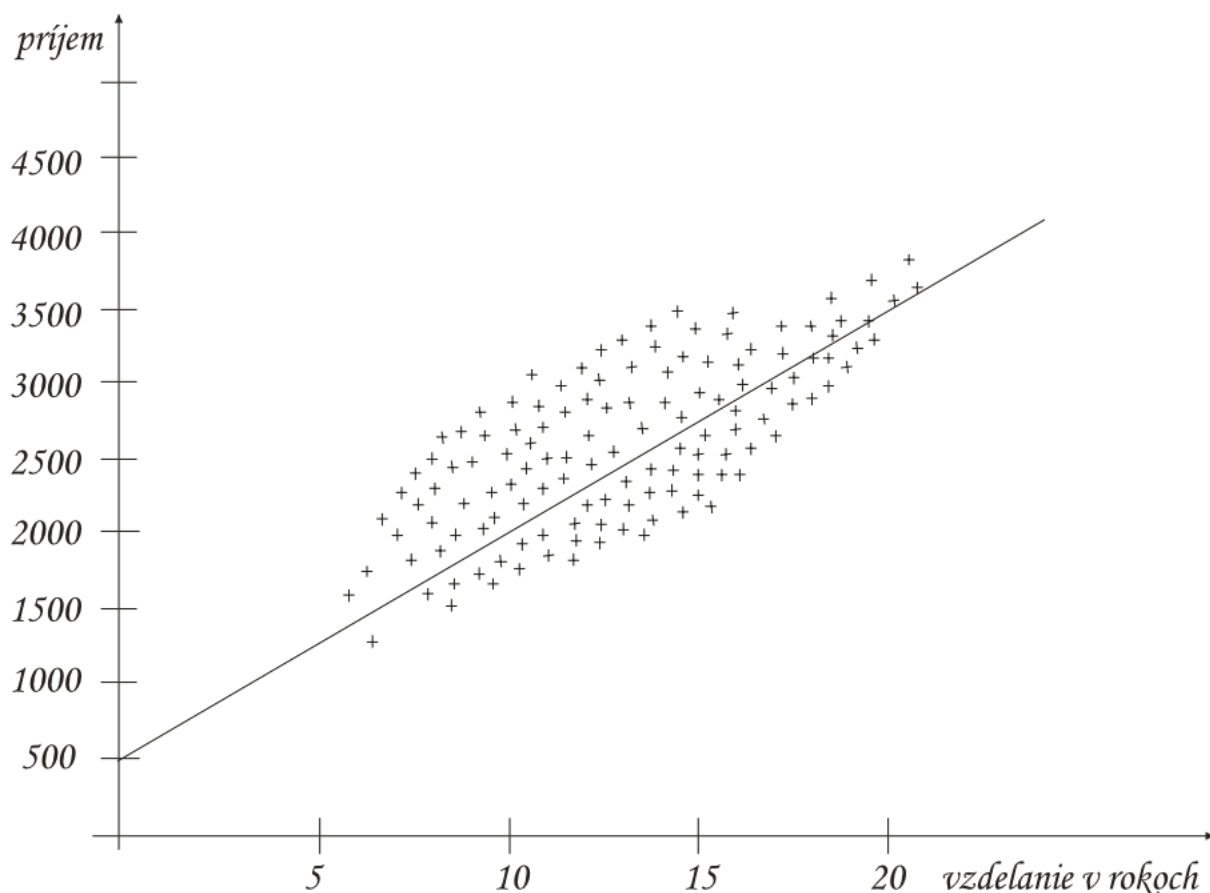
$$a = \frac{\sum (y - \bar{y})(x - \bar{x})}{\sum (y - \bar{y})^2} = \frac{45,52}{36,8} = 1,24$$

$$b = \bar{x} - a\bar{y} = 7,6 - 1,24 \cdot 5,8 = 7,6 - 7,2 = 0,4$$

$x = 1,24y + 0,4$rovnica regresnej priamky pri závislosti x na y.

V skutočnosti v sociálnych vedách nikdy nedostaneme také dáta, aby sa nachádzali presne na regresnej priamke, ale dáta hodne rozptýlené. V ideálnom prípade vyzerajú ako na nasledujúcom grafe:

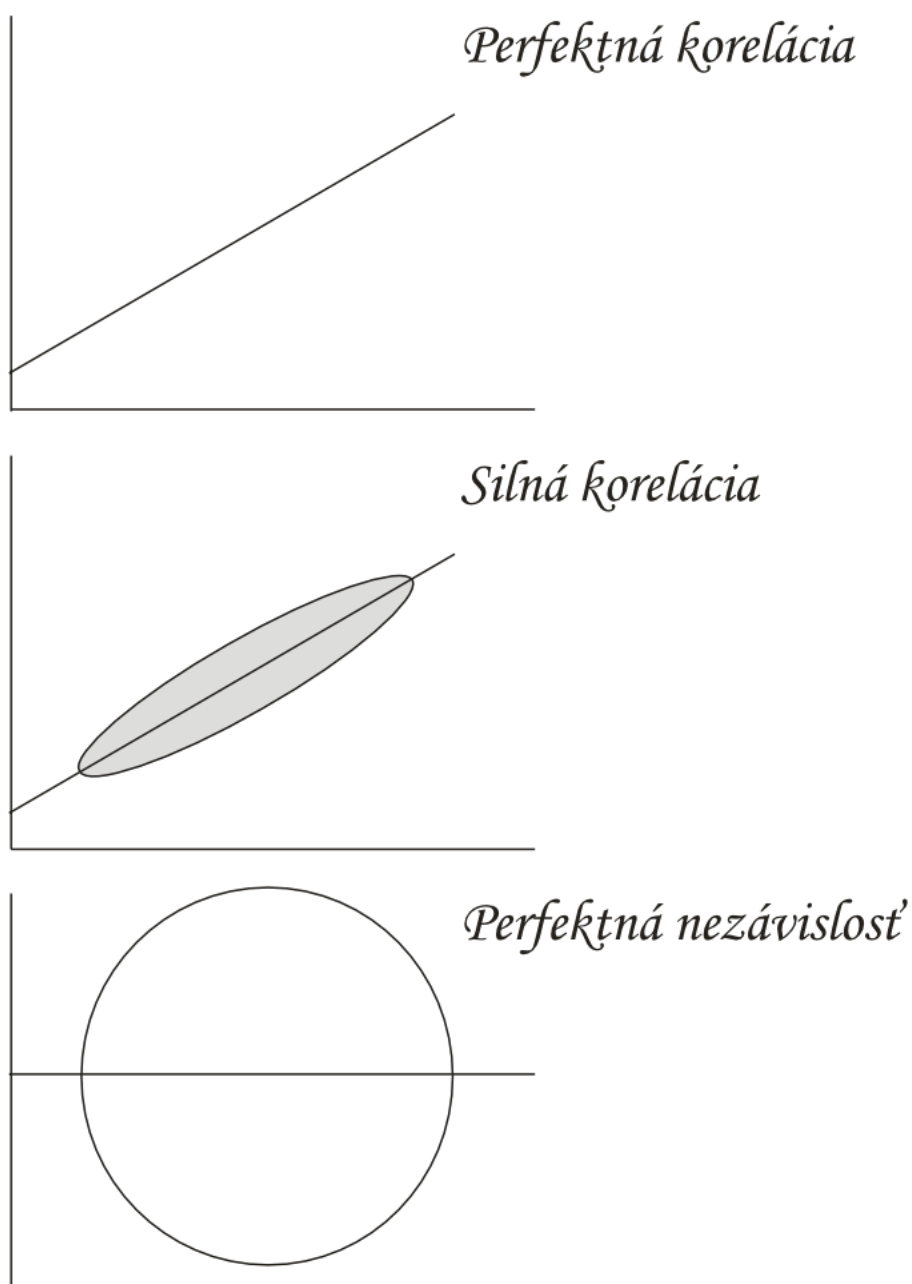
Obr. 10 Vzdelanie a príjem



S príjmom, ako sociálnym javom, to však nie je také jednoduché. Príjem je ovplyvňovaný desiatkami rôznych faktorov, ktoré sme v našom príklade **zredukovali** na jediný: vplyv dĺžky vzdelania. Tak niekto s vysokým vzdelaním môže mať len krátku pracovnú skúsenosť, preto je jeho príjem nižší, než zodpovedá jeho vzdelaniu, na grafe sa objaví pod regresnou líniou. Niekto naopak s pomerne nízkym vzdelaním môže mať dlhú pracovnú skúsenosť, pracuje v preferovanom povolání a tak sa jeho príjem objaví vysoko nad regresnou priamkou. V poslednom grafe sme videli, že priamka je tak preložená medzi všetkými pozorovaniami, aby **priemerná vzdialenosť hodnôt od tejto priamky bola čo najmenšia**. To nám pomáha upresniť odhad príjmu.

Postup pre výpočet odhadovaného príjmu bude rovnaký ako sme uviedli. Predpoveď však bude presná len pre tých jedincov, ktorí sa nachádzajú presne na regresnej línii. Čím väčšia bude vzdialenosť jedinca od regresnej línie, tým vyšší bude náš omyl v odhade. A tu sme pri logickom základe, na ktorom je vybudované meranie súvislosti medzi dvoma intervalovými premennými. Môžeme ho vyjadriť graficky: Všetky pozorovania na našom grafe môžeme uzavrieť do krivky. Anglická literatúra používa slovo „obálka“. Keď sú pozorovania rozptýlené na ploche grafu náhodne, obálka bude mať formu kruhu.

Obr. 11



V situácii perfektnej nezávislosti nemáme žiadne vodítko, akým smerom regresnú líniu tiahnuť. Znalosť o premennej x nezlepší našu schopnosť odhadovať premennú y (korelačný koeficient = 0). Ak však sú pozorovania nakopené v nejakom užšom priestore, obálka bude mať tvar elipsy. Regresná línia bude zhodná s dlhou osou elipsy a čím bude elipsa užšia, tým menej sa budeme mýliť v našom odhade. Čím bude elipsa užšia, tým je korelácia silnejšia a korelačný koeficient stúpa. Až sa obe „strany“ elipsy prekryjú, z elipsy sa stane priamka a náš odhad bude bez omylov (perfektná korelácia, korelačný koeficient = 1).

Táto metafora odpovedá konceptu korelačného koeficientu. Jeho logiku môžeme vysvetliť pomocou termínov, ktoré sme už použili, v termínoch redukcie omylu. Ak nepoznáme hodnotu x (vzdelanie), optimálna stratégia pre minimalizáciu omylu bude predstierať, že všetci jedinci vo vzorke majú priemerný príjem. Ten je prezentovaný vodorovnou líniou v poslednej kresbe grafu. Ak má „obálka“ tvar elipsy, môžeme pre odhad závisle premennej použiť regresnú rovnicu, ktorú už poznáme. Čím užšia je elipsa, tým presnejší bude náš odhad. Ak sú všetky pozorovania len na regresnej línii, veľkosť omylu klesla na nulu a máme tu prípad perfektnej súvislosti.

Korelačný koeficient r môže nadobúdať hodnoty medzi -1 a $+1$. r

$$\in \langle -1, +1 \rangle.$$

$r = +1$	perfektná pozitívna korelácia S rastúcou hodnotou x hodnota y <u>vzrastá</u> . Hodnotu y odhadneme na základe znalosti hodnoty x bez akéhokoľvek omylu
$r = 0$	úplná nezávislosť Znalosť hodnoty x nezlepší našu schopnosť odhadnúť správne hodnotu y .
$r = -1$	perfektná negatívna korelácia S pribúdajúcou hodnotou x hodnota y <u>klesá</u> . Hodnotu y odhadujeme na základe znalosti hodnoty x bez akéhokoľvek omylu

Teda:

Regresný koeficient a nám napovie, čo máme hádať.

Korelačný koeficient r nám napovie, ako dobre budeme schopní hádať.

Pre spoločenské vedy je pre nás najdôležitejšia aplikácia korelačnej a regresnej analýzy v situáciách, keď študujeme niekoľko premenných súčasne.

Regresný a korelačný koeficient dokáže vypočítať hociktorý počítač. Prepočítanie s kalkulačkou uvádzame príslušné vzorce:

Korelačný koeficient r:

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y},$$

$$\text{kde } s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \text{ sa nazýva } \mathbf{kovariancia},$$

s_x a s_y sú smerodajné odchýlky premenných x a y.

Príklad:

U piatich subjektov sa meral čas potrebný na vyriešenie určitej úlohy. Pokusné osoby riešili úlohu v dvoch obmenách (X,Y). Chceme zistiť koreláciu výkonov v oboch pokusoch.

Namerané hodnoty a pomocné výpočty sú v tabuľke:

Subjekt	X	Y	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
A	3	3	-7	49	-3	9	21	9	9	9
B	7	5	-3	9	-1	1	3	49	25	35
C	11	7	1	1	1	1	1	121	49	77
D	14	6	4	16	0	0	0	196	36	84
E	15	9	5	25	3	9	15	225	81	135
Σ	50	30		100		20	40	600	200	340

$$\bar{x} = \frac{3+7+11+14+15}{5} = 10$$

$$\bar{y} = \frac{3+5+7+6+9}{5} = 6$$

Použijeme vzorec $r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$, kde $s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{40}{4} = 10$,

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{4} 100} = \sqrt{25} = 5,$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{1}{4} 20} = \sqrt{5}$$

$$r = \frac{10}{5\sqrt{5}} = \frac{2}{2,0,89\ 23}$$

Už pri výške korelačného koeficientu 0,6 považujeme v sociálnych vedách koreláciu za dosť vysokú.

9 Testovanie štatistických hypotéz

Základné pojmy

Popisná štatistika skúma výbery pomocou kvantitatívnych charakteristík (stredných hodnôt, rozptylu, korelačných koeficientov atď.). Doteraz sme sa zaoberali metódami popisnej (deskriptívnej) štatistiky.

Testovacia štatistika určuje, či sa tieto ukazovatele odlišujú „reálne“ alebo „náhodne“. O skutočný rozdiel sa jedná vtedy, keď sa charakteristiky dvoch alebo viacerých výberov natolko odlišujú, že vedú k odhadu rôznych parametrov. Rozdiel medzi výberovými ukazovateľmi je náhodný, ak je zlučiteľný s predpokladom, že príslušné výbery sú z jedného a toho istého základného súboru.

Ak urobíme určitý výskum, zistíme charakteristiky jedného alebo viacej výberov a ďalej pomocou týchto charakteristík zisťujeme, či výbery pochádzajú z rovnakého základného súboru alebo z rôznych základných súborov. Pýtame sa, či základný súbor má normálne, Gaussovo rozdelenie početností alebo, či je možné považovať sledovaný základný súbor za náhodne usporiadaný. Na tieto otázky odpovedáme pomocou štatistických testov. Testujú sa vedomosti žiakov, odolnosť určitého materiálu voči vonkajším podmienkam, životnosť rôznych zariadení, účinky liekov, v psychológii sú to rôzne inteligenčné a osobnostné testy. Skúšajú alebo overujú sa tiež štatistické hypotézy – študent buď vie alebo nevie, materiál buď vydrží alebo nevydrží, liek je účinný alebo nie je, inteligenčný kvocient je nízky, priemerný alebo vysoký. V testovacej štatistike sa formuluje najskôr štatistická hypotéza. Potom sa na základe výberového šetrenia formuluje najskôr štatistická hypotéza. Potom sa na základe výberového šetrenia testuje, či táto hypotéza platí alebo neplatí.

Hypotéza je tvrdenie alebo predpoklad, ktorým sa v rámci danej teórie vyjadri určitá predstava. Oprávnenosť hypotéz preverujú pozorovania a experimenty. Existujú veľké hypotézy –

o vzniku vesmíru, slnečnej sústavy, o existencii mimozemských civilizácií, ale tiež hypotézy, ktoré tvrdia, že liek alebo terapia majú väčšiu účinnosť než iný liek alebo iná terapeutická metóda.

Štatistická hypotéza je tvrdenie o štatistických objektoch a pretože predmetom záujmu v štatistike sú súbory a najmä rozdelenie početnosti znakov sledovaných v týchto súboroch, býva štatistická hypotéza tvrdením o týchto rozdeleniach. Štatistická hypotéza je teda akýkoľvek výrok alebo tvrdenie o type rozdelenia jednej alebo viacerých náhodných veličín. Štatistická hypotéza je vyjadrená zmysluplnou oznamovacou vetou, o ktorej miere pravdivosti

môžeme usudzovať zo zistených hodnôt. Úlohou teórie testovania štatistických hypotéz je vytváranie vhodných metód, pomocou ktorých je možné rozhodnúť, či je hypotéza pravdivá alebo nie. Jednou z foriem hodnotenia číselných dát je testovanie štatistických hypotéz na základe teórie vypracovanej matematikmi Neymanom Pearsonom.

Pokiaľ chceme formulovať štatistickú hypotézu, musíme mať o skúmanej populácii určité základné informácie. Napríklad predpokladáme, že daná populácia má normálne rozdelenie početností. V takom prípade sa štatistická hypotéza vzťahuje len na hodnoty dvoch parametrov normálneho rozdelenia – strednej hodnoty (priemeru) a štandardnej odchýlky ().

V iných prípadoch vieme o základnom súbore – populácii – len to, že má spojité rozdelenie.

Všeobecne môžeme povedať, že naše vedomosti o rozdelení základného súboru sú určené množinou možných rozdelení tohto súboru. Táto množina sa nazýva množina prípustných hypotéz a značí sa symbolom Ω .

Ak sa prvky množiny Ω budú navzájom líšiť len hodnotami parametrov, potom sa formulované hypotézy budú nazývať parametrickými hypotézami. Ak sa však prvky množiny Ω navzájom líšia nielen hodnotami parametrov, ale tiež tvarom funkcie rozloženia, potom sa dané hypotézy budú nazývať hypotézami neparametrickými. ďalej rozlišujeme hypotézy jednoduché a zložené. Jednoduchá hypotéza je taká, ktorá úplne charakterizuje alebo špecifikuje jedno rozdelenie. Zložená hypotéza sa skladá z konečného počtu hypotéz jednoduchých a špecifikuje viacej rozdelení.

Medzi niektoré základné typy štatistických hypotéz patria tieto tvrdenia:

1. skúmaný výber pochádza z populácie, ktorá má určité teoretické rozdelenie
2. dva skúmané výbery pochádzajú z rovnakého základného súboru
3. existuje lineárna závislosť medzi dvoma alebo viacerými náhodnými veličinami
4. jedna nezávisle premenná ovplyvňuje sledovanú závisle premennú viacej než druhá.

Ak chceme zistiť, či je daná hypotéza správna, je treba vytvoriť pravidlo, pomocou ktorého na základe výberového súboru, získaného z populácie, rozhodneme, či hypotéza môže byť prijatá alebo či ju treba zamietnuť. Inými slovami, je treba vytvoriť pravidlo, ktoré by každému výberovému súboru priradzovalo jedno z dvoch možných rozhodnutí: hypotézu buď prijať alebo zamietnuť. Toto pravidlo sa nazýva štatistickým testom.

Štatistický test pre každý výberový bod určí, či máme testovanú hypotézu zamietnuť alebo nie. To znamená, že bude jednoznačne určená istá hodnota, ktorá výberový priestor (tj. množinu možných rozhodnutí) rozdelí na dve disjunktné časti, ktoré nazývame kritický obor (ozn. W)

alebo tiež obor zamietnutia a doplnok kritického oboru ($\bar{W}$), ktorému sa tiež niekedy hovorí obor prijatia. Hodnota (bod, medza) ktorá rozdeľuje výberový priestor na tieto dve časti, sa nazýva **kritická hodnota**.

Dôležitý pojem je nulová hypotéza (označuje sa H_0). Nulovú hypotézu formulujeme na začiatku každého testu tak, že napr. tvrdíme: porovnávané parametre, ktoré odhadujeme z výberových charakteristík, sú rovnaké, alebo výberové hodnoty patria k populácii s istým rozdelením.

Symbolicky zapisujeme nulové hypotézy takto:

1. $H_0: \mu = \mu_0$ Populačný priemer sa rovná počiatočnému populačnému priemeru
2. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ Priemerná hodnota populácie, z ktorej bol urobený prvý výber sa rovná priemernej hodnote populácie, z ktorej bol urobený druhý výber
3. $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_{k-1} = \mu_k$ Populačné priemery z k populácií sú si rovné.
4. $H_0: \mu = \bar{x}$ Populačný priemer sa rovná výberovému priemeru.

Pri testovaní štatistických hypotéz sa predpokladá, že môže platiť nulová hypotéza H_0 , alebo k nej alternatívna hypotéza H_1 . Napríklad k hypotéze $H_0: \mu = \mu_0$ existuje alternatívna hypotéza obojstranná $H_1: \mu \neq \mu_0$. Zostrojiť test, ktorý by overil správnosť hypotézy H_0 potom znamená nájsť princíp, ako rozdeliť výberový priestor – tj. množinu všetkých v úvahu pripadajúcich výberov na dve disjunktívne, navzájom sa neprekrývajúce podmnožiny tak, aby jedna z nich zahrnula tie výbery, ktoré je možné očakávať pri platnosti hypotézy H_1 , a druhá, aby naopak zahrňovala tie výbery, ktorých výskyt možno očakávať skôr pri platnosti hypotézy H_0 . Prvá podmnožina sa nazýva kritický obor a druhá doplnok ku kritickému oboru. Kritický obor môže byť podľa typu alternatívnej hypotézy jednostranný alebo dvojstranný. Štatistický test e potom robený podľa rozhodovacieho pravidla:

- ak padne výber, ktorý dostaneme ako výsledok konkrétneho pokusu, do kritického oboru, zamieta sa nulová hypotéza H_0 ako nesprávna a predpokladá sa, že alternatívna hypotéza H_1 sa môže prijať. (Čo však neznamená, že práve táto alternatívna hypotéza platí, ale vlastne len to, že hľadáme alternatívnu hypotézu v množine oboru prijatia, ktorý zahrňuje všetky alternatívne hypotézy. V praxi sa často skratkovite a vlastne nesprávne používa tvrdenie, že pri zamietnutí nulovej hypotézy platí k nej alternatívna hypotéza.)

- ak padne výber mimo kritický obor, prijme sa hypotéza ako správna.

Toto rozhodovacie pravidlo priradzuje každému experimentálnemu výsledku (tj. každému výberu) jedno z dvoch možných rozhodnutí. Situácie, ktoré môžu nastať, zhrňuje nasledujúca tabuľka:

Skutočnosť	Rozhodnutie (test)	
	Prijatie: H_0 je správna +	Zamietnutie: H_0 je nesprávna -
H_0 je správna +	test odhaduje skutočnosť správne +	test odhaduje skutočnosť nesprávne - (chyba 1. druhu)
H_0 je nesprávna -	test odhaduje skutočnosť nesprávne - (chyba 2. druhu)	test odhaduje skutočnosť správne +

Zo štyroch možných situácií dve sú žiaduce a dve nežiaduce. Pravdepodobnosť chýb 1. a 2. druhu sa nazývajú riziká chýb a označujú sa α a β . Požadujeme, aby pravdepodobnosť výskytu oboch nežiadúcich situácií bola minimálna.

Chyba 1. druhu znamená pravdepodobnosť zamietnutia správnej hypotézy H_0 . Nazýva sa **hladina významnosti** zvoleného testu.

Chyba 2. druhu znamená pravdepodobnosť prijatia nesprávnej hypotézy – neplatnej H_0 .

Hodnota $1 - \beta$ hovoríme sila alebo mohutnosť testu a je to pravdepodobnosť, s akou rozpoznáme nepravdivú hypotézu H_0 .

Zníženie chyby jedného druhu má za následok zvýšenie chyby druhého druhu. Zníženie hodnôt chýb 1. a 2. druhu dosiahneme jedine zväčšením rozsahu výberu. Pretože sa však väčšinou zmena rozsahu výberu nedá uskutočniť, volí sa chyba 1. druhu a pevne podľa povahy daného experimentu buď $\alpha = 0,05$ alebo $\alpha = 0,01$. V prvom prípade to znamená, že s 95 % pravdepodobnosťou je H_0 správna, v druhom prípade je nulová hypotéza správna s 99% pravdepodobnosťou (to znamená, že pravdepodobnosť zamietnutia správnej hypotézy je 1%)

Riziko chýb α a β musí byť v rovnováhe s rozsahom výberu. Podľa toho, ako sa dosahuje tejto rovnováhy, možno rozlišovať dve triedy testov – testy s pevným rozsahom výberu a testy sekvenčné, kedy sa predpíše riziko spolu s rizikom chýb α a β a pokus sa robí tak dlho, až sa

dospeje k rozhodnutiu o oprávnenosti či neplatnosti nulovej hypotézy. Riziko chyby α sa nazýva **hladina významnosti** (signifikancie) testu. Celá testovacia štatistika je postavená na tejto myšlienke: *Hypotézu odmietneme len vtedy, keď výbery dávajú výsledky, ktoré sú pri platnosti východzej hypotézy nepravdepodobné*. Pri rozhodovaní o platnosti hypotézy si môžeme stanoviť rôzne prísne kritériá. Pokiaľ stačí, že v priemere pre 5 zo sto prípadov bude úsudok nesprávny, tak sa rozhodneme pre pravdepodobnosť chyby $\alpha = 0,05 = 5\%$. Pre zostávajúcich 95% prípadov bude výsledok štatisticky významný (signifikantný). Ak kritérium ešte sprísňime a budeme požadovať, aby len pre jeden zo sto prípadov bol úsudok nesprávny, potom sa rozhodneme pre pravdepodobnosť 99% prípadov.

Ak štatistický test zamietne nulovú hypotézu H_0 ako nesprávnu, označí sa výsledok ako štatisticky významný (signifikantný). V opačnom prípade ako štatisticky nevýznamný (nesignifikantný).

V tabuľke sa udáva výrazová symbolika pre hladiny významnosti $\alpha = 0,05; 0,01$ a $0,001$.

Pravdepodobnosť chyby	$> 0,05$	$\leq 0,05$	$\leq 0,01$	$\leq 0,001$
Slovné vyjadrenie	nesignifikantný	signifikantný	vysoko signifikantný	veľmi vysoko signifikantný
Písmenová symbolika	n.s.	s.	v.s.	v.v.s.
Grafická symbolika		*	**	***

Postup používaný pri testovaní nulových hypotéz:

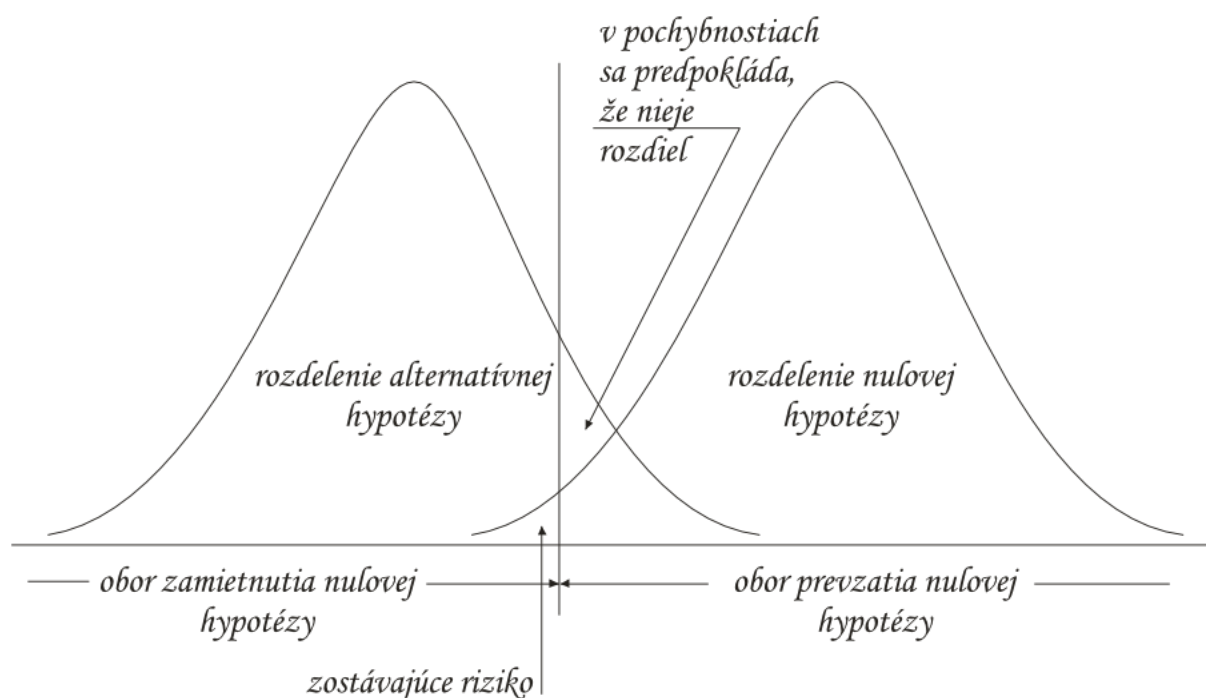
1. Formulácia nulovej a príslušnej alternatívnej hypotézy
2. Voľba zodpovedajúceho testového kritéria (F-test, t-test)
3. Voľba hladiny významnosti α (0,01 alebo 0,05)
4. Určenie počtu stupňov voľnosti
5. Výpočet hodnoty testového kritéria (podľa vzorca)
6. Nájdenie kritickej (tabuľkovej) hodnoty k danej hladine významnosti a k danému počtu stupňov voľnosti
7. Porovnanie hodnoty vypočítaného testového kritéria s kritickou hodnotou
8. Rozhodnutie o zamietnutí či prijatí nulovej hypotézy na základe tohto porovnania.

(Poznámka: V prípade, že test nepočítame ručne, ale napríklad v programe SPSS alebo cez nejaký iný kalkulátor – na internete nájdeme pod heslom Chi square calculator alebo kalkulátory pre iné príslušné testy – obyčajne kalkulátor vypočíta príslušné p , teda pravdepodobnosť chyby, že zamietneme platnú hypotézu. Vypočítané p porovnáme so zvolenou signifikanciou α . V prípade, že $p \leq \alpha$ zamietame nulovú hypotézu a predpokladáme, že by mohla platiť alternatívna hypotéza. Ak je vypočítaná pravdepodobnosť p vyššia než zvolená signifikancia α , tvrdíme, že nemáme dost podkladov pre zamietnutie nulovej hypotézy.

		Druh testu	
T-test pre 2 nezávislé výbery	Podmienka: normálne rozdelenie súborov	Parametrický (kardinálne premenné)	Dva nezávislé výbery, aj o rôznej početnosti
T-test pre 2 závislé výbery (párový t-test)	Podmienka: normálne rozdelenie súborov	Parametrický (kardinálne premenné)	Dva závislé výbery
Mediánový test		neparametrický	Porovnáva mediány dvoch nezávislých výberov
Mannov-Whitneov U-test		Neparametrický (poradové premenné)	Zisťuje rozdiel medzi dvoma nezávislými výbermi
Znamienkový test		neparametrický	Určený pre dva závislé – párové výbery
Wilcoxonov test		neparametrický	Skúmanie dvoch závislých výberov
Chí-kvadrát		Neparametrický (nominálne premenné)	Porovnáva rozdiely početností v jednotlivých skupinách
Fisherov exaktný test		Neparametrický (nominálne premenné)	Porovnáva rozdiely početností v jednotlivých skupinách

Pomocná tabuľka pre výber vhodného testu

Obr. 12



Ďalej uvádzame modelový príklad, ako postupujeme pri Chí – kvadrát teste.

Pri výskume o názoroch na umelý potrat sa zistili nasledujúce skutočnosti:

Skúmanú vzorku tvorilo 90 ľudí, z toho 50 mužov a 40 žien. Ich názory boli nasledovné: 27

žien súhlasilo s potratom, 13 nesúhlasilo. 34 mužov nesúhlasilo, 16 súhlasilo. Otázka:

K stanovenej výskumnej hypotéze: Muži a ženy majú rozdielne názory na potrat priradiť príslušnú nulovú hypotézu a štatisticky dokážte, či platí.

Riešenie: postup

Keďže ide o nominálne premenné, použijeme na testovanie neparametrický test - Chí kvadrát.

Postupujeme v nasledovných krokoch:

1. Zostavíme kontingenčnú tabuľku, kde postavíme skúmané skupiny a ich zistené názory.

2. Zostavíme nulovú hypotézu H_0 a k nej alternatívnu hypotézu H_1 .
3. Zvolíme si hladinu signifikancie α , na ktorej budeme testovať.
4. Určíme počet stupňov voľnosti df .
5. Určíme hraničnú hodnotu χ^2 -kvadrátu na zvolenej hladine významnosti.
6. Vypočítame naše testovacie kritérium, náš χ^2 kvadrát
7. Porovnáme vypočítanú hodnotu χ^2 – kvadrátu s tabuľkovou hodnotou χ^2 – kvadrátu na zvolenej hladine signifikancie.
8. Ak naša vypočítaná hodnota je nižšia než tabuľková (alebo $p \geq \alpha$, nezamietame H_0 .
Ak je naša hodnota χ^2 – kvadrátu vyššia než príslušná tabuľková (alebo $p \leq \alpha$,) H_0 zamietame a prijímame alternatívnu hypotézu H_1 .

Samotné riešenie:

1. (Kontingenčná tabuľka)

Pozorované početnosti O (observed)	súhlas	nesúhlas	spolu
Muži	16	34	50
ženy	27	13	40
spolu	43	47	90

2. H_0 : Medzi názormi žien a mužov na potrat nie je signifikantný rozdiel.

H_1 : Medzi názormi žien a mužov na potrat je signifikantný rozdiel

2. Budeme testovať na zvolenej hladine signifikancie 5%, t.j. α (alfa) = 0,05

4. df (počet stupňov voľnosti vypočítame podľa vzorca

$Df = (r-1) \cdot (s-1) = (2-1) \cdot (2-1) = 1 \cdot 1 = 1$ kde r je počet riadkov kontingenčnej tabuľky (bez sumára a hlavičky) a s je počet stĺpcov kontingenčnej tabuľky (bez sumára a hlavičky)

5. Hraničná hodnota χ^2 -kvadrátu pri 1 stupni voľnosti a hladine signifikancie 5% je 3,84 (z tabuľky)

6. Vypočítame naše testovacie kritérium

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

Potrebuje očkávané početnosti E. Všetky políčka si označíme a), b), c), d)

Zostavíme novú tabuľku očkávaných početností. Očkávanú početnosť E vypočítame pre napr. príslušné políčko a) : suma stĺpcová .suma riadková deleno celková suma a):

$$43 \times 50 : 90 = 23,89$$

$$b): 47 \times 50 : 90 = 26,11$$

$$c): 43 \times 40 : 90 = 19,11$$

$$d): 47 \times 40 : 90 = 20,89$$

Očkávané početnosti	E (expectas)	nesúhlas	spolu
Muži	23,89	26,11	50
ženy	19,11	20,89	40
spolu	43	47	90

0,5 je tzv. Yatesova korekcia. Upresňuje nám výpočet Chí- kvadrátu a počítačové programy ju automaticky zahrňujú do výpočtu.

$$\text{Základný vzorec pre Chí – kvadrát je } \chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}.$$

Môžeme počítať podľa tohto vzorca pre políčko:

$$A) \frac{(16 - 23,89)^2}{23,89} = 2,61$$

$$B) \frac{(34 - 26,11)^2}{26,11} = 2,38$$

$$C) \frac{(27 - 19,11)^2}{19,11} = 3,26$$

$$D) \frac{(13 - 20,89)^2}{20,89} = 2,98$$

Všetky hodnoty pre jednotlivé políčka spočítame:

$$\chi^2 = 2,61 + 2,38 + 3,26 + 2,98 = 11,21$$

Naša vypočítaná hodnota je omnoho vyššia než tabuľková (ktorá je 3,84), na grafe leží vpravo od hraničnej tabuľkovej hodnoty v obore zamietnutia nulovej hypotézy. Teda predpokladáme, že nulová hypotéza neplatí. Neplatí teda, že medzi názormi mužov a žien na potrat nie je rozdiel. **Prijímame alternatívnu hypotézu: Medzi názormi mužov a žien na potrat je rozdiel.** (Môžeme tvrdiť „signifikantný rozdiel“ nakoľko sme testovali na hladine signifikancie 0,05)

Pri výpočte Chí – kvadrátu si treba dať pozor na to, aké sú hodnoty očakávaných početností E pre jednotlivé políčka. Test nie je priekazný, ak očakávané frekvencie najviac v 20% políčok sú hodnoty E=5 alebo menej. Pre tabuľku 2x2 by nemalo existovať ani jedno políčko s hodnotou očakávanej frekvencie 5 a menej, pre väčšie kontingenčné tabuľky napr. 2x3 by počet takýchto políčok nemal prekročiť 20%.

Pozor!!! Ak nám v niektorom políčku očakávaná početnosť E vyšla 5 alebo menej a teda Chí kvadrát test je nepriekazný, môžeme modifikovať test nasledovne: . Zlúčime stĺpce napr. súhlasí a skôr súhlasí do kategórie „súhlas“ a stĺpce skôr nesúhlasí a nesúhlasí do kategórie „nesúhlas“ a početnosti spočítame. Teda z tabuľky s možnosťami: súhlasí, skôr súhlasí, skôr nesúhlasí, nesúhlasí dostaneme možnosti: Súhlasí, nesúhlasí. Tým sa zvýši pozorovaná početnosť v zlúčených políčkach a potom očakávaná početnosť E by mala vyjsť tiež vyššia- vyššia než 5. **V prípade, že stále máme očakávané početnosti 5 a menej minimálne u 20% políčok, použijeme radšej Fisherov exaktný test namiesto Chí –kvadrátového testu.**

Na výpočet týchto jednoduchých testov ako je Chí-kvadrát alebo Fisherov exaktný test existuje na internete, množstvo voľne dostupných kalkulačiek v anglickom jazyku, stačí zadať do vyhľadávacieho kľúčového slova, napr. Chí-square alebo Fisher exact test.

Pri výpočte pomocou počítačového programu SPSS počítač upresňuje výpočet tzv. Yatesovou korekciou. Test je potom presnejší. Yatesova korekcia sa dá použiť aj pri ručnom výpočte. Vtedy výpočet vyzerá nasledovne:

použijeme vzorce s Yatesovou korekciou 0,5

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E - 0,5)^2}{E} \quad \text{ak (O-E) pre dané políčko je kladná hodnota, alebo:}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(E - O - 0,5)^2}{E} \quad \text{ak hodnota (O-E) pre dané políčko je záporné číslo, teda}$$

χ^2 pre políčko a): použijeme vzorec pre zápornú hodnotu O-E:

$$\frac{(23,89 - 16 - 0,5)^2}{23,89} = 2,2860$$

χ^2 pre políčko b): použijeme vzorec pre kladnú hodnotu (O-E):

$$\frac{(34 - 26,11 - 0,5)^2}{26,11} = 2,0916$$

χ^2 pre políčko c): použijeme vzorec pre kladnú hodnotu (O-E):

$$\frac{(27 - 19,11 - 0,5)^2}{19,11} = 2,8578$$

χ^2 pre políčko d): použijeme vzorec pre zápornú (O-E):

$$\frac{(20,89 - 13 - 0,5)^2}{20,89} = 2,6143$$

Všetky Chí – kvadráty pre príslušné políčka spočítame:

$$2,2860 + 2,0916 + 2,8578 + 2,6143 = 9,8497$$

7. Naše vypočítané kritérium je omnoho väčšie, než tabuľková hodnota na hladine významnosti 5% a stupni voľnosti 1, ktorá je 3,84 (stupeň voľnosti vypočítame ako počet riadkov mínus 1 krát počet stĺpcov mínus 1, teda $(2-1) \times (2-1) = 1$), .

9. Vypočítaný Chí-kvadrát spadá do tzv. kritickej oblasti, keď už neplatí H_0 , teda predpokladáme, že platí H_1 . Medzi názormi mužov a žien na potrat existujú **rozdiely** na hladine signifikancie 5%.

Ak sa potvrdí alternatívna hypotéza, používame výraz :

Signifikantný rozdiel: ak testujeme na hladine signifikancie 0,05 Vysoko

signifikantný rozdiel: ak testujeme na hladine signifikancie 0,01

Veľmi vysoko signifikantný rozdiel : ak testujeme na hladine signifikancie 0,001 (1 promile).

Ak zamietame nulovú hypotézu, predpokladáme, že môže platiť alternatívna (výskumná) hypotéza H : Muži a ženy majú signifikantne rozdielne názory na potrat.

(Ak by naše vypočítané kritérium bolo **menšie než tabuľkové**, náš záver by znel: nemáme dostatočné podklady, aby sme mohli zamietnuť nulovú hypotézu, že medzi mužmi a ženami nie sú signifikantné rozdiely v názore na potrat na zvolenej hladine signifikancie 5%.)

Test môžeme zopakovať na hladine signifikancie 0,01 nasledovne.

Kritická hodnota Chí – kvadrátu na hladine 0,01 je podľa tabuľky je 6,64. Naša vypočítaná hodnota je 9,85, teda väčšia, znova platí, že naša vypočítaná hodnota spadá ďaleko za kritickú hodnotu a teda do spadá do kritickej oblasti, kde zamietame H_0 a prijímame H_1 . Môžeme tvrdiť, že na hladine signifikancie 0,01 platí, že medzi názormi mužov a žien existujú **vysoko signifikantné** rozdiely.

Pozor!

Ak sa nám “potvrdí” alternatívna hypotéza pomocou štatistického testu, neznamená to automaticky, že táto hypotéza pre náš výskum všeobecne platí. Je to len štatistické zhodnotenie získaných dát. V diskusii k výskumu treba veľmi opatrne zvažovať, či takto priekazný test potvrdzuje aj výskumnú hypotézu. Treba pri tom zvažovať take okolnosti, či bol výskumný súbor získaný ako reprezentatívna vzorka populácie (základného

súboru), treba zvažovať aj veľkosť vzorky v porovnaní s veľkosťou skúmanej populácie, primeranú početnosť porovnávaných súborov navzájom, okolnosti, za ktorých boli data získavané a mnoho iných okolností. Preto sa treba pri zovšeobecňovaní záverov, získaných štatistickými testami, vyjadrovať opatrne a zvažovať všetky okolnosti, ktoré môžu ovplyvniť reprezentatívnosť vzorky a vhodnosť zvolených štatistických metód.

Vyššie uvedený postup používame pri ručnom výpočte Chí- kvadrátového testu. Je tiež dobrý na vysvetlenie logiky testovania. Ale počítačové softweary a rôzne aplikácie dovoľujú tento výpočet urobiť veľmi rýchlo.

Pokiaľ testujeme hypotézu Chí- kvadrátovým testom, môžeme použiť na to určený program pre sociálne vedy – SPSS. Jeho obsluha a pochopenie však potrebujú ďalšie vysvetlenie a nie vždy je študentom doma jeho bezplatná verzia prístupná. Dobrý výsledok nám dá aj použitie rôznych na internete dostupných algoritmov na testovanie hypotéz. Postup je takýto:

Nájdeme si pomocou kľúčových slov napr. “Chi square calculator” vhodný program. Do ponúkaných kontingenčných tabuliek podľa pokynov vpíšeme názvy premenných a vyplníme namerané hodnoty. Zvolíme testovaciu hladinu pre výpočet, pre sociálne vedy je to $\alpha \leq 0,05$ (testujeme s 5% chybou) a stlačíme tlačítko “calculate”. Pri väčšine ponúkaných možnostiach výpočtu nám program vypočíta skutočnú hladinu významnosti “p”. Pokiaľ nám vyšlo, že vypočítaná hodnota $p \leq \alpha$, zavrhneme nulovú hypotézu H_0 (že existuje nulový alebo štatisticky nevýznamný rozdiel medzi skúmanými skupinami) a dovoľíme si domnievať sa, že by mohol platiť opak- hypotéza H_1 . Čiže nulovú hypotézu falzifikujeme a H_1 verifikujeme. Pokiaľ nám program vyhodí, že Chí kvadrátový test sa nedá pre dané hodnoty použiť, použijeme úplne rovnaký postup pre Fisher exact test.

10 Modelové príklady

Tu uvádzame niekoľko cvičných modelových príkladov na precvičenie Chí-kvadrátového testu.

Príklad 1. Pri výskume významu supervízie sme testovali, aký dopad má supervízia na kvalitu sociálneho pracovníka. Niektorí pracovníci boli klientmi označení ako výborní, niektorí ako priemerní a niektorí ako zlí sociálni pracovníci. Z tých absolvovali supervíziu nasledovne:

Pozorované počty	výborní	priemerní	Zlí sociálni pracovníci	
Absolvovali supervíziu	23	19	18	
Neabsolvovali supervíziu	24	16	9	

Dokážte štatisticky predpoklad, že supervízia vplýva na kvalitu sociálneho pracovníka. (toto môže byť aj nepravá korelácia!)

Príklad 2.

Testovali sa dopady dvoch operácií. Zistite, či je jedna lepšia než druhá

Počet pacientov	Výborné výsledky	Priemerné výsledky	Operácia nepomohla	
Starý typ operácie	78	145	65	
Nový typ operácie	85	45	30	

Príklad 3

Testovali sa dva lieky. Určite, či niektorý z nich je účinnejší:

Pozorované početnosti O (observed)	vyliečení	Uľavilo sa	Žiadna zmena
1. liek	156	121	32
2. liek	220	118	19

Príklad 4

Chceme zistiť, či preferovanie určitého druhu televíznych programov súvisí so vzdelaním

Pozorované početnosti O (observed)	Následné vzdelanie	detektívky	zamilované	súťaže
	programy			
základné	33	45	54	43
stredné	76	12	50	50
vysokoškolské	80	54	70	43

Príklad 5

Vysokoškoláci chodili v škole po schodoch a niektorí výťahom. Pozorovanie trvalo 1 deň.

Zistite, či je rozdiel v preferencii týchto dvoch spôsobov, ako sa dostať do vyšších poschodí u technikov a študentov pedagogiky

Pozorované početnosti O (observed)	Po schodoch	výťahom	
technici	237	655	
Študenti pedagogiky	324	783	

Príklad 6

Názory na eutanáziu sa sledovali u respondentov. Zistite, či súviseli so vzdelaním

Pozorované početnosti O (observed)	súhlasí	Skúr súhlasí	Skúr nesúhlasí	nesúhlasí
Základné	43	16	54	65
stredné	65	75	45	80
vysokoškolské	34	64	64	90

Príklad 7

Zistite, či je rozdiel medzi druhom chytených rýb a časom rybačky.

Pozorované početnosti O (observed)	Všetchny dny	Ráno slnečno	Na poludnie slnečno
pstruh	72	65	44
kapor	20	32	43

Príklad 8

Existujú rozdiely medzi názormi pacientov na spokojnosť s prístupom zdravotníkov na oddelení v závislosti od pohlavia?

Pozorované početnosti O (observed)	veľmi spokojní	spokojní	nespokojní
muži	87	145	54
ženy	66	99	23

Príklad 9

Vysokoškoláci chodili v škole po schodoch a niektorí výťahom. Pozorovanie trvalo 1 deň. Zistite, či je rozdiel v preferencii týchto dvoch spôsobov, ako sa dostať do vyšších poschodí u technikov a študentov pedagogiky

Pozorované početnosti O (observed)	Po schodoch	výt'ahom	
technici	155	433	
Študenti pedagogiky	201	543	

Príklad 10

Testovali sa dopady dvoch operácií. Zistite, či je jedna lepšia než druhá

Počet pacientov	Výborné výsledky	Priemerné výsledky	Operácia nepomohla	
Starý typ operácie	65	123	12	
Nový typ operácie	85	45	30	

Príklad 11

Názory na eutanáziu sa sledovali u respondentov. Zistite, či súviseli so vzdelaním

Pozorované početnosti O (observed)	súhlasí	Skúr súklasí	Skúr nesúhlasí	nesúhlasí
Základné	23	33	45	88
stredné	65	75	45	80
vysokoškolské	54	66	76	75

Príklad 12

Študenti mali test zo štatistiky. Zistite, či sú signifikantné rozdiely vo výsledkov u dievčat a chlapcov

Pozorované početnosti O (observed)	Výsledné známky: A	B	C	D
dievčatá	43	16	54	65
chlapci	65	75	45	80

Príklad 13

Dotazovali sme sa na skúsenosť s nelegálnou drogou. Zistite, či je rozdiel medzi dievčatami a chlapcami v tom istom veku na strednej škole

Pozorované početnosti O (observed)	skúsilo	neskúsilo		
chlapci	43	16		
dievčatá	65	75		

Príklad 14

Existujú signifikantné rozdiely medzi názormi pacientov na spokojnosť s prístupom zdravotníkov na oddelení v závislosti od pohlavia?

Pozorované početnosti O (observed)	veľmi spokojní	spokojní	nespokojní
muži	77	105	45
ženy	66	99	23

Príklad 15

Zisťovali sme názory na preferencie strán vo voľbách. Zistite, či existujú signifikantné rozdiely v názoroch podľa druhu povolania

Pozorované početnosti O (observed)	Volili by ľavicovú stranu	Volili by pravicovú stranu	Nevedia, koho by volili
učitelia	87	145	54
zdravotníci	66	99	23
poľnohospodári	122	66	100

Príklad 16

Zisťovalo sa trávenie voľného času v súvislosti s povoláním. Zistite, či existujú významné rozdiely v preferenciách trávenia voľného času u rôznych povolání

Pozorované početnosti O (observed)	Učenie	Doma pri televízii	Čítaním, spoločenskými hrami a pod.í
Počítačoví technici	87	145	54
sestry	66	99	23
robotníci	33	112	39

Príklad 17

Zistite, či sú významné rozdiely v ochote pomáhať neznámemu u veriácich a neveriacich respondentov

Pozorované početnosti O (observed)	Určite by pomohol	Asi by pomohol	Asi by nepomohol	Určite by nepomohol
Veriaci	87	145	54	12
neveriaci	66	99	23	13

Príklad 18

Zistite, či je významný rozdiel v ochote prispievať na dobročinné účely v súvislosti so vzdelaním

Pozorované početnosti O (observed)	Dáva pravidelne	Dáva málokedy	Nedáva nikdy

základné	87	145	54
stredné	66	99	23
vysokoškolské	22	45	10

Príklad 19

Zistite, či ochota dávať na dobročinné účely súvisí s presvedčením, alebo sú rozdiely početností spôsobené len náhodou.

Pozorované početnosti	Dáča (okrajdede)	Dáva príležitostne	Dáva len veľmi zriedkavo	Nedáva nikdy
Veriaci	87	145	54	12
neveriaci	66	77	44	13

Príklad 20

Zistite, či je signifikantný rozdiel v predstavách, či by šli do domova pre seniorov, u respondentov z mesta a na dedine

Pozorované početnosti	Určte (okrajdede) domova, ak to bude potrebné	Uprednostnil by starostlivosť, ktorá by za ním chodila domov		
Z mesta	87	145		
Z dediny	66	99		

Príklad 21

Existuje signifikantný rozdiel v spokojnosti so zamestnaním v zdravotníctve v našej nemocnici u mužov a žien?

Pozorované početnosti	Spokojní	Skôr spokojní	Skôr nespokojní	nespokojní
Muži	87	145	54	12
ženy	66	99	23	13

--	--	--	--	--

Príklad 22

Existujú signifikantné rozdiely so skúsenosťou s nelegálnou drogou u študentov gymnázia XY a učilišťa YZ?

Pozorované početnosti (absolútny počet)	Učilišťa (absolútny počet)	Skúsil som už	Nemám skúsenosť	
Študenti gymnázia	12	145	54	
Študenti učilišťa	22	99	23	

Príklad 23

Existujú signifikantné rozdiely vo fajčení u chlapcov a dievčat na danej strednej škole?

Pozorované početnosti (absolútny počet)	Fajčí (absolútny počet)	Fajčí len príležitostne	nefajčí	
Chlapci	87	145	54	
dievčatá	66	112	23	

Príklad 24

Existuje signifikantne odlišná hrozba odchodu sestier z nemocnice XY a nemocnice YZ?
Alebo sú na tom obe nemocnice približne rovnako?

Pozorované početnosti (absolútny počet)	Učiteľka chystám zmeniť pracovisko	Občas uvažujem, že to skúsim inde	Neuvažujem o odchode	
Nemocnica XY	87	111	33	
Nemocnica YZ	66	88	23	

Príklad 25

Sú signifikantne odlišné terapia A a terapia B? Alebo sú rozdiely vo výsledku len pôsobenie náhody?

Pozorované početnosti O_{ij} (observed)	Na (obnovu) pôvodnú hybnosť	Pôvodná hybnosť obnovená na asi 80 %	Pôvodná hybnosť len na 50%	
Terapia A	87	145	54	
Terapia B	66	99	23	

Príklad 26

Je signifikantný rozdiel v úspešnosti študentov pri prijatí na vysokú školu u gymnázia J. Hollého, gymnázia A. Merici a športového gymnázia v Trnave?

Pozorované početnosti O_{ij} (observed)	prijatí	neprijatí		
Gymnázium J. Hollého	87	145		
Gymnázium A. Merici	66	112		
Športové gymnázium	160	150		

Príklad 27

Existujú signifikantné rozdiely v rýchlosti, akou riešia tie isté matematické príklady chlapci a dievčatá?

Pozorované početnosti O_{ij} (observed)	Čas riešenia do 20 min	Vyriešili za 20 až 30 min	Vyriešili za viac než 30 min	
Chlapci	87	145	54	
dievčatá	66	112	23	

Príklad 28

Existujú signifikantné rozdiely v únavnosti sestier v nemocnici A, B a C?

Pozorované početnosti O (observed)	Po smene som nezniesiteľne unavená	veľmi unavená	Mierne unavená	
nemocnica A	36	145	54	
Nemocnica B	66	112	23	
Nemocnica C	22	99	12	

Príklad spôsobu kódovania dát do tabuľky ako príprava dát pre počítačové spracovanie

Dáta vzájomného vzťahu pohlavie - fajčenie

Pohlavie subjektu	Úroveň fajčenia	Pohlavie subjektu	Úroveň fajčenia	Pohlavie subjektu	Úroveň fajčenia
1	1	2	2	2	1
2	3	2	3	1	1
2	1	1	1	2	2
1	2	2	2	1	2
1	1	1	2	1	1
2	2	1	1	2	2
2	1	1	3	2	3
2	3	1	2	2	3
1	1	2	2	2	2
2	3	2	1	1	2
1	2	1	3	1	1
1	3	2	3	2	1
1	1	1	1	1	2
2	3	1	3	2	2
2	1	1	2		
Pohlavie: 1 žena, 2 muž					
Úroveň: 1 – nefajčiar, 2 – slabý fajčiar, 3 – silný fajčiar					

Kontingenčná tabuľka vzťahu pohlavie – fajčenie vychádzajúca z predchádzajúceho zápisu:

Fajčenie Pohlavie	Nefajčiar (1)	Slabý fajčiar (2)	Silný fajčiar (3)	Riadky spolu
Ženy (1)	10 22,7%	8 18,2%	4 9,1%	22 50,0%
Muži (2)	6 13,6%	8 18,2%	8 18,2%	22 50,0%
Stĺpce spolu	16 36,4%	16 36,4%	12 27,3%	44 100%

Všeobecný postup pri použití štatistického testu:

1. formulácia testovacej a alternatívnej hypotézy (H_1 , H_0)
2. voľba testu (zohľadňujeme podľa druhu premenných)
3. voľba signifikancie (0,05; 0,01; 0,001)
4. výpočet testovacieho kritéria – podľa príslušného vzorca, v programe SPSS
5. zistenie kritickej hodnoty testu – (z tabuliek, alebo z počítača kritická signifikancia je zvolená signifikancia)
6. porovnanie testovacieho kritéria s kritickou hodnotou
7. vyjadrenie o prijatí – neprijatí testovanej hypotézy (Ak je testovacie kritérium väčšie než kritická hodnota – H_0 zamietame, prijímame H_1 , alebo ak je vypočítaná signifikancia priradená k testovaciemu kritériu menšia než zvolená signifikancia, H_0 zamietame, prijímame H_1)

V prípade, že tomu tak nie je, vyjadrujeme sa: na zvolenej signifikancii nemáme dost podkladov, aby sme zamietli H_0

Prílohy

Príloha 1: Tabuľka kritických hodnôt Chí – kvadrátu

df	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.001$
1	3.84	6.64	10.83
2	5.99	9.21	13.82
3	7.82	11.35	16.27
4	9.49	13.28	18.47
5	11.07	15.09	20.52
6	12.59	16.81	22.46
7	14.07	18.48	24.32
8	15.51	20.09	26.13
9	16.92	21.67	27.88
10	18.31	23.21	29.59

Príloha 2: Stručná tabuľka pre výber vhodného testu.

		Druh testu	
T-test pre 2 nezávislé výbery	Podmienka: normálne rozdelenie súborov	parametrický	Dva nezávislé výbery, aj o rôznej početnosti
T-test pre 2 závislé výbery (párový t-test)	Podmienka: normálne rozdelenie súborov	parametrický	Dva závislé výbery
Mediánový test		neparametrický	Porovnáva mediány dvoch nezávislých výberov
Mannov-Whitneov U-test		neparametrický	Zisťuje rozdiel medzi dvoma nezávislými výbermi
Znamienkový test		neparametrický	Určený pre dva závislé – párové výbery
Wilcoxonov test		neparametrický	Skúmanie dvoch závislých výberov
Chí-kvadrát		neparametrický	Porovnáva rozdiely početností v jednotlivých skupinách

Parametrické testy sú vhodné pre parametrické premenné (kardinálne)

Neparametrické testy sú vhodné pre neparametrické premenné (poradové, nominálne)

Literatúra

1. Reiterová, E.: Základy statistiky pro studenty psychologie. FFUPv Olomouci, Olomouc, 2000, 101 s.
2. Disman, M.: Jak se vyrábí sociologická znalost. UK v Praze, Karolinum, Praha, 2002, 374 s.
3. Svoboda, H.: Moderní statistika. Svoboda, Praha 1977, 352 s.
4. Marlow, Ch.: Research methods for generalist social work. Thomson Learning, Belmont, CA, USA, 2000, 365 s.
5. Wagner, S.F.: Introduction to Statistics. An American BookWorks Corporation Production, N.Y. , 1991, 369s.

